

Un software per ottimizzare la rigidezza d'ingranamento

In questo articolo si presenta il calcolo delle geometrie dei denti usando utensili diversi; sulla base di questa geometria, si calcolano la rigidezza effettiva di ingranamento sotto carico e le sollecitazioni.

» Ulrich Kissling, Marcus Raabe, Michael Fish

I metodi usati per la produzione delle ruote dentate sono in costante sviluppo. Negli ultimi anni è diventata una tendenza la rettifica di forma, un'alternativa alla classica rettifica con generazione. Un altro esempio è un metodo usato per lo più nell'industria automobilistica: per migliorare la vita operativa degli utensili e ottenere una forma dei denti con più alta resistenza al piede, le ruote dentate vengono prodotti con uno, due o tre processi di pre-fresatura diver-

si seguiti da "honing" o rettifica finali. Una delle più recenti tendenze nello sviluppo di ruote dentate ottimizzate è quella di applicare, nel processo di finitura, una modifica del profilo di forma ondulatoria in modo da ridurre l'errore di trasmissione.

Questi metodi di produzione richiedono lo sviluppo di metodi di calcolo appropriati.

Durante il funzionamento, la variazione della rigidezza di ingranamento provoca una deviazione sull'angolo di rotazione della ruota di uscita rispetto al rapporto di trasmissione nominale (errore di trasmissione), che causa vibrazioni e rumore. La variazione della rigidezza di ingranamento può essere ridotta ottimizzando la geometria della dentatura (rapporto di condotta trasversale $\epsilon\alpha$ e rapporto di ricoprimento $\epsilon\beta$), ma per la rigidezza sotto carico è anche molto importante il tipo di modifica del profilo.

Il metodo di calcolo corrente per la resistenza dei denti secondo AGMA 2001 [1] o ISO 6336 [2] si basa sull'assunzione di una forma del dente prodotta da un solo utensile in un processo di generazione. Quando si usa un utensile con protuberanza, il metodo comprende anche un processo di pre-fresatura (con sovravello per la finitura) e un processo finale di rettifica oppure di "honing".

Ciò comporta che, nel caso delle ruote dentate prodotte con rettifica di forma o altri metodi non convenzionali, non si possano applicare le formule per il calcolo della resistenza previsto dai metodi AGMA o ISO. Il problema è che per il calcolo delle sollecitazioni al piede del



dente si devono conoscere alcuni valori, per esempio lo spessore del dente e il raccordo al piede. Il metodo di calcolo assume che la forma del dente sia conosciuta non esattamente e presenta pertanto formule che consentono il calcolo della forma del dente solo nella sezione considerata del dente.

Queste formule presuppongono la fabbricazione con un processo di generazione. Ma in linea di principio, se si conosce la forma del dente, il dente può essere calcolato usando direttamente le formule proposte dalle norme.

Pertanto, se il calcolo della forma del dente viene integrato nel software di calcolo della resistenza, le norme AGMA o ISO possono essere usate per qualsiasi metodo di produzione.

Calcolo della forma del dente con diversi utensili

Nella maggior parte dei programmi disponibili per il calcolo degli ingranaggi, è possibile calcolare la forma del dente quando si usa un utensile standard (creatore, fresa di generazione o pignone utensile). Normalmente è anche possibile introdurre un sovrametallo di rettifica e simulare così un processo di produzione a due stadi (taglio più rettifica). In risposta alle frequenti richieste degli utilizzatori del software di calcolo delle ruote dentate largamente apprezzato KISSsoft [3], si è deciso di implementare nel software un nuovo approccio per il calcolo della forma del dente.

Si può definire, in qualsiasi sequenza considerata, un numero illimitato di utensili, quali creatore, fresa, pignone utensile, disco di rettifica (rettifica con generazione o di forma) e utensile per "honing". Dopo ogni fase, può essere visualizzata la forma del dente e diverse forme possono essere sovrapposte per illustrare l'asportazione di materiale da una fase all'altra. Viene anche visualizzato il processo di fabbricazione dall'utensile all'ingranaggio e, per ottimizzare la durata dell'uten-

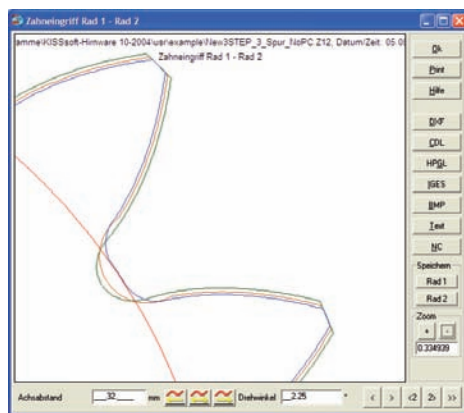


Fig. 1 - Forma del dente generata con un ciclo di fabbricazione con tre utensili.

- 1: Pre-fresa $m_n = 1,0368$, $\alpha_n = 25^\circ$ (verde)**
- 2: Fresa con protuberanza $m_n = 1,0$, $\alpha_n = 20,0^\circ$ (marrone)**
- 3: Processo finale di rettifica (azzurro)**

sile, vengono visualizzati i vettori delle velocità di strisciamento e di rotolamento. In figura 1 sono indicati i diversi stadi per ottenere la forma definitiva del dente quando si usano due frese e un processo finale di rettifica. Per la ruota dentata con angolo di pressione $\alpha_n 20^\circ$ si usa una pre-fresa con $\alpha_n 25^\circ$. Ciò determina un miglioramento della vita operativa dell'utensile e crea un migliore raccordo al piede del dente.

Dato che la forma del fianco deve essere identica al disegno finale, il diametro di base b_d della ruota dentata deve rimanere identico. Pertanto il modulo della pre-fresa deve essere aumentato del rapporto $\cos 20^\circ / \cos 25^\circ$. Alcune altre particolarità del calcolo della forma del dente sono:

- Vita operativa dell'utensile: Per il miglioramento della vita operativa dell'utensile (numero di ruote tagliate prima che l'utensile debba essere riaffilato o sostituito) è molto importante la visualizzazione dello strisciamento sul fianco di taglio dell'utensile (figura 2). Molti sono i fattori che influenzano la vita operativa dell'utensile. Uno di essi è lo strisciamento specifico locale sull'utensile. Uno strisciamento specifico negativo elevato sull'utensile comporta che una piccola

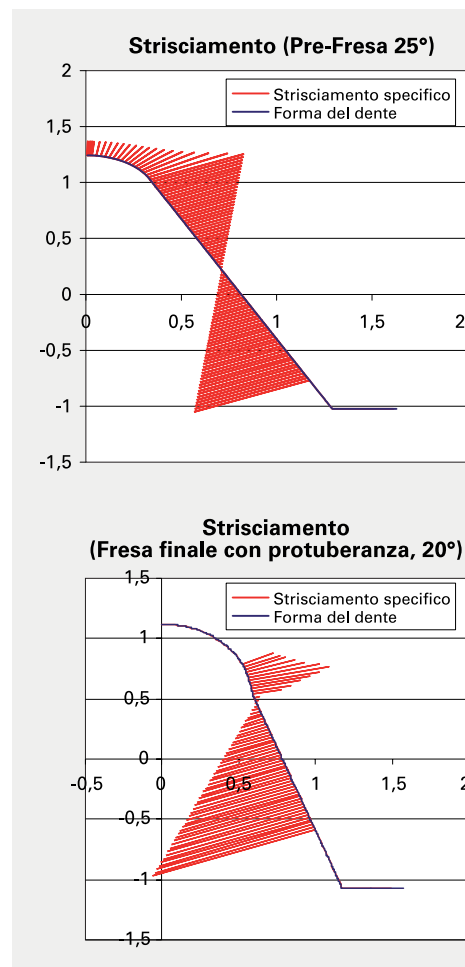


Fig. 2 - Disegno di un dente della fresa per il processo di pretaglio (angolo di pressione 25°) e di taglio finale (angolo di pressione 20°) con indicazione dello strisciamento specifico (tra fresa e ruota dentata) durante la fabbricazione. Uno strisciamento specifico positivo elevato (in questo caso sul dedendum) indica rischio di usura più alto. Lo strisciamento sulla fresa da 20° è il doppio di quello sulla pre-fresa da 25° .

sezione del tagliente dell'utensile produca una grande sezione sulla ruota dentata. Ciò significa che questa parte dell'utensile viene utilizzata fortemente e di conseguenza è soggetta a notevole usura. Come si vede in figura 2, la pre-fresa con un angolo di pressione più elevato (come indicato in figura 1), presenta uno strisciamento specifico sensibilmente ridotto.

- Intaglio di rettifica: per la massima resistenza è importante sapere se nel pro-

cesso di rettifica si provoca il cosiddetto "intaglio di rettifica" (ISO 6336-3, fattore Y_{sg}). Pertanto, nel calcolo del processo di rettifica bisogna tenere conto dell'intaglio. Questo intaglio può ridurre notevolmente il fattore di sicurezza per la sollecitazione a flessione. Nel programma KISSsoft i dati pertinenti vengono automaticamente trasferiti al calcolo della resistenza e il fattore intaglio viene incluso nei risultati.

Vibrazioni

In molte applicazioni il livello di rumore è oggi molto critico e deve essere mantenuto quanto più basso possibile. Il rumore è generato dagli errori di trasmissione che producono una variazione incrementale della velocità del rotismo rispetto al valore nominale. Questo effetto provoca un'istantanea accelerazione/decelerazione nella catena di trasmissione da cui si originano vibrazioni. L'errore di trasmissione viene determinato dalla variazione della rigidità durante un ciclo di ingranamento.

È ben noto che anche gli errori di fabbricazione generano un certo errore di trasmissione. Migliorando la qualità degli ingranaggi si contribuisce al miglioramento della situazione, ma anche con un rotismo della massima qualità si hanno errori di trasmissione dovuti alla variazione della rigidità.

In questo contesto, il software calcola la rigidità del singolo dente per ogni forma del dente e determina la linea di contatto reale sotto carico. Da queste informazioni si ricava l'errore reale di trasmissione della coppia di ruote. È possibile studiare molto rapidamente l'effetto della proposta di modifica del profilo sul comportamento di un ingranaggio sotto diversi carichi.

Il calcolo della rigidità della coppia di denti sotto carico permette di confrontare diverse geometrie di dentatura per trovare la soluzione migliore. In figura 4 è illustrato un tipico caso di un ingra-

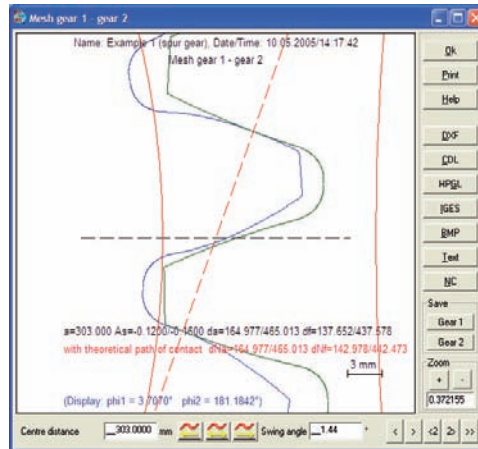


Fig. 3 - Rappresentazione della coppia di ruote dentate usate per il calcolo dell'errore di trasmissione.

Fig. 4 - Errore di trasmissione calcolato considerando la rigidità sotto carichi di 0, 25, 50, 75 e 100% della potenza nominale. In alto: ingranaggio con profilo non modificato. Al centro: ingranaggio con modifica simmetrica piccola del profilo (13 µm). In basso: ingranaggio con modifica simmetrica normale del profilo (26 µm).

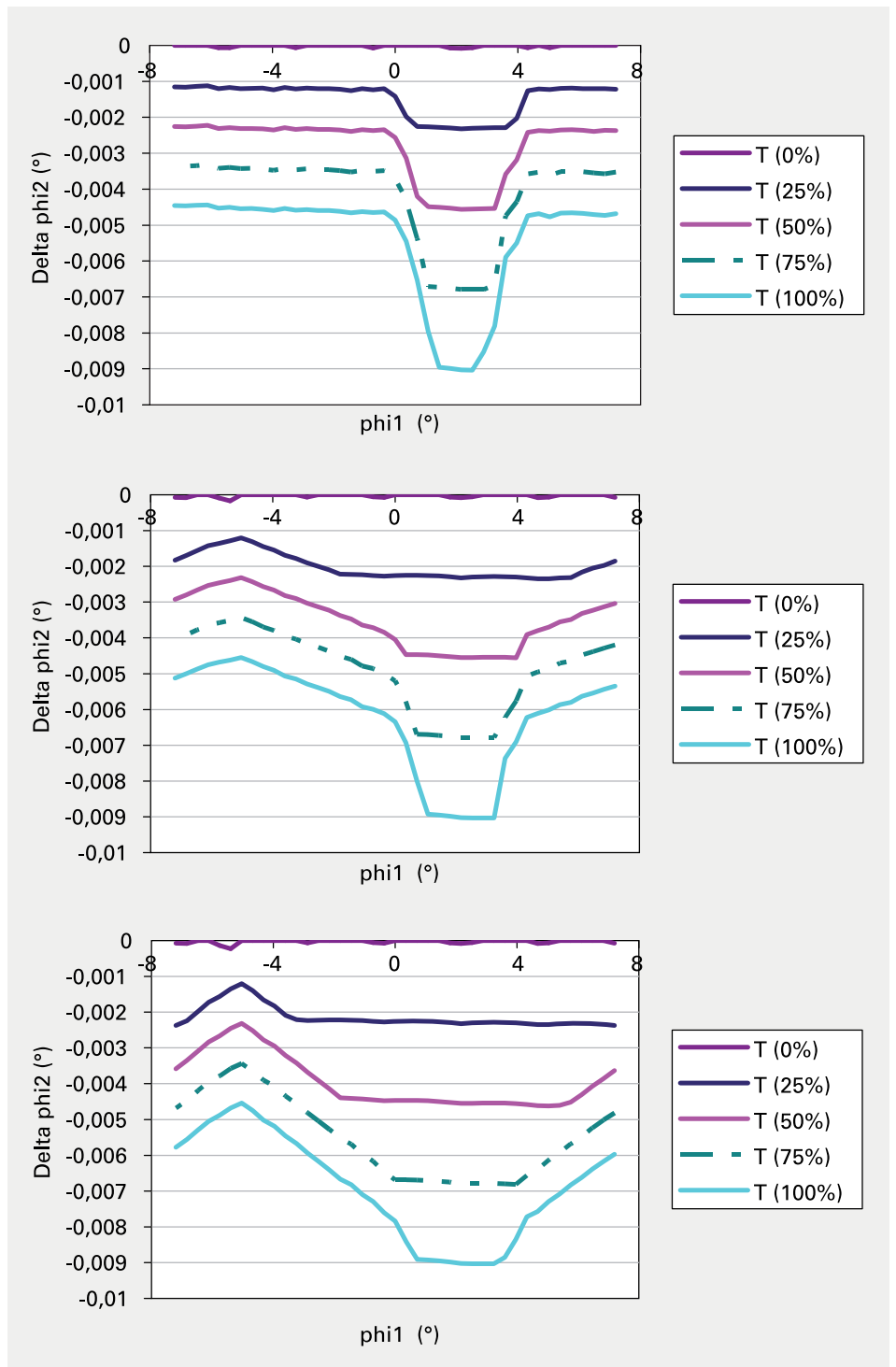


Fig. 5 - Ingranaggio con modifica simmetrica piccola del profilo ($13 \mu\text{m}$) come in figura 4, ma con una modifica supplementare di forma sinusoidale nella regione di contatto singolo del fianco del dente.
A sinistra: la forma modificata del dente (esagerata nel disegno) con spessore supplementare di $10 \mu\text{m}$.
A destra: il conseguente errore di trasmissione per diversi carichi.

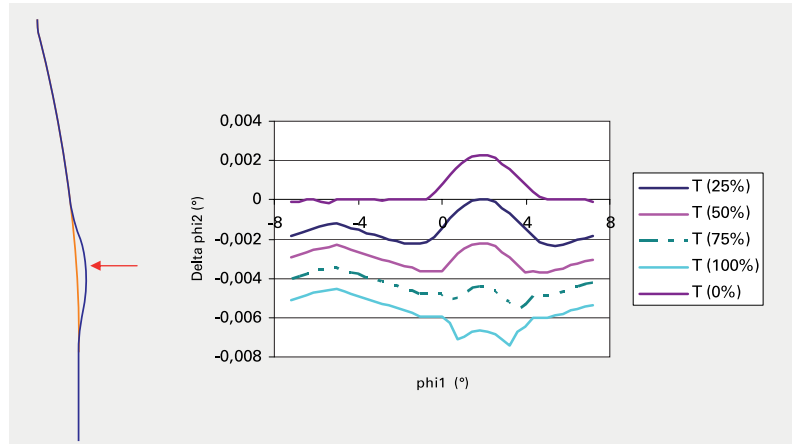
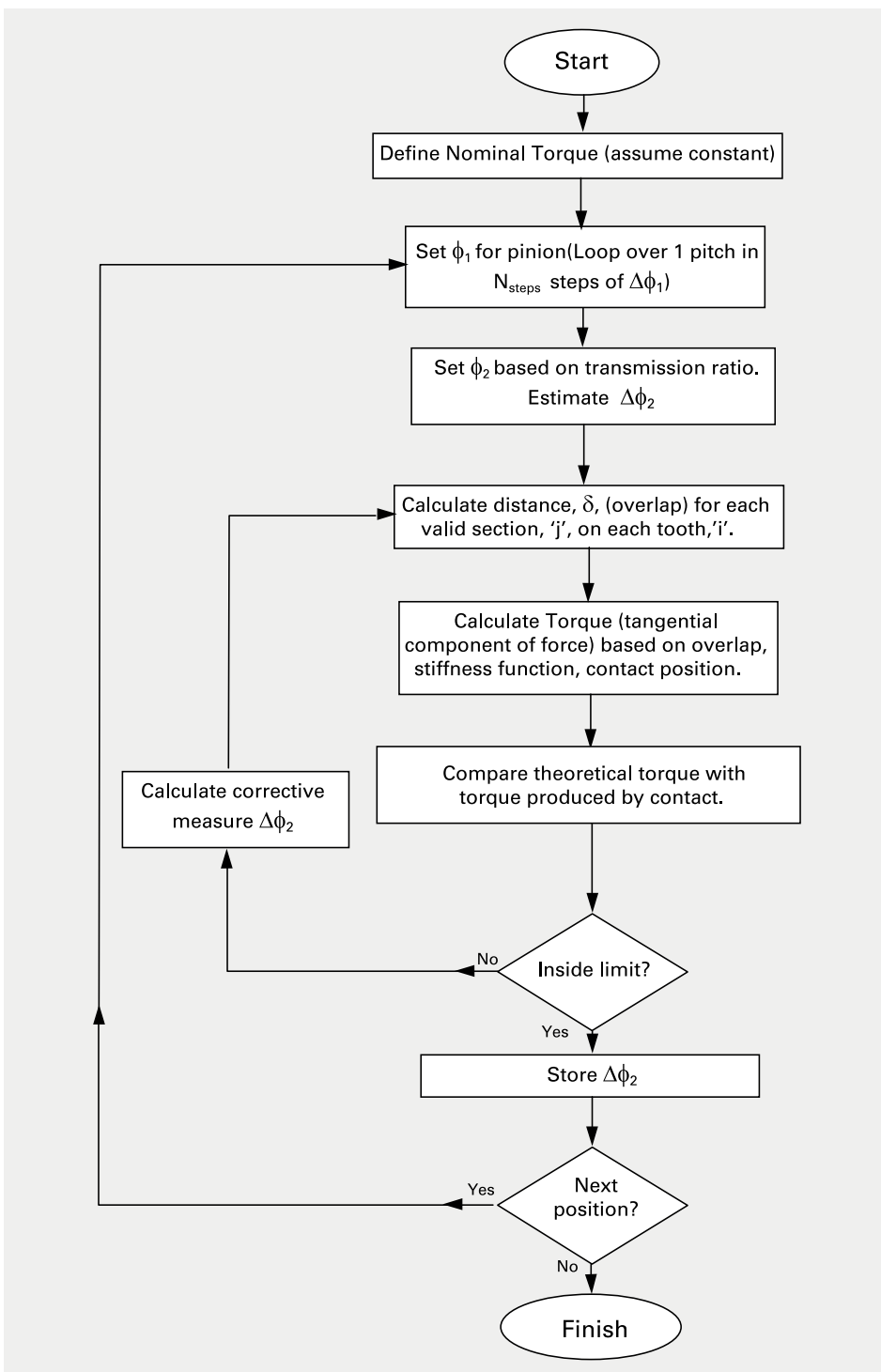


Fig. 6 - Calcolo dell'errore di trasmissione di una coppia di ruote dentate sotto carico.



naggio standard (forma dei denti di figura 3) con rapporto di condotta trasversale ($\epsilon\alpha$) = 1,67 (z : 25/76; P : 4,2333; modulo: 6,0). L'errore di trasmissione è piccolo (la rigidità è elevata) durante il 67% del ciclo, quando due coppie di denti sono in presa, e per il resto è grande, quando una sola coppia di denti è in presa. (Osservazione: un valore teorico del rapporto di condotta trasversale di 1,67 significa che durante il 67% del tempo due coppie di denti sono in presa e durante il 33% del tempo solo una coppia).

L'ingranaggio senza modifica del profilo è soggetto a un "salto" da piccolo a elevato errore di trasmissione, come si vede in figura 4.

Una modifica del profilo ben studiata ridurrebbe la pendenza di questo salto, producendo una variazione più dolce della rigidità, ma non cambierebbe il livello delle fasi di bassa e alta rigidità. Perciò la modifica del profilo è utile, ma non è la soluzione del problema. Il metodo migliore per ridurre la variazione della rigidità è quello di usare un alto profilo del dente con, teoricamente, un rapporto di condotta trasversale di 2,0.

In questo caso, dato che sono sempre in presa due coppie di denti, il "salto" viene eliminato.

Risultati ottimi si ottengono quando il terzo dente che entra in presa è scarico. Questo è possibile se si applica una modifica del profilo appropriata. In questo

caso, il rapporto di condotta trasversale teorico deve essere maggiore di 2,0, a seconda della lunghezza della correzione del profilo prevista.

Il calcolo dell'errore di trasmissione

La rigidità del singolo dente è costituita dai seguenti quattro importanti effetti:

- Flessione del dente
- Deformazione di taglio del dente
- Pressione hertziana sul contatto
- Inclinazione del dente nel corpo dell'ingranaggio

Le equazioni per il calcolo di questi effetti sono state sviluppate da Peterson [4] per gli ingranaggi a evolvente. Il metodo può essere adattato anche a ingranaggi con modifica del profilo e a ingranaggi non a evolvente. La rigidità di due denti in presa viene chiamata "rigidità del dente combinata di una coppia di denti" (c') e la rigidità totale di tutti i denti in presa è la "rigidità di ingranamento" (c_y). È importante il calcolo dell'andamento della rigidità di ingranamento durante un ciclo. Per gli ingranaggi a evolvente non caricati senza modifica del profilo, la linea di contatto è una retta, ma per gli ingranaggi reali sotto carico trovare la linea di contatto effettiva è complicato. A causa della flessione dei denti, il rapporto di condotta trasversale $\epsilon\alpha$ reale aumenta. Pertanto la linea di contatto deve essere calcolata tratto dopo tratto; e per ogni singolo tratto, deve essere determinato il numero effettivo di denti in presa. Dato che la rigidità dei denti dipende dal carico e che il carico su un singolo dente (con coppia costante sul pignone) dipende dal numero di denti in presa, la soluzione deve essere trovata mediante iterazione (figura 6). Il calcolo è lungo perché la rigidità stessa dipende dalla forza normale applicata (dovuta alla pressione hertziana); pertanto, ogni singolo tratto sulla linea di contatto deve essere trovato mediante doppia iterazione. Il risultato è interessante. In fi-

gura 4 è illustrato un tipico esempio di ingranaggio senza (in alto) e con diversi gradi di modifica del profilo (al centro e in basso). La tecnica di indicare l'errore di trasmissione sotto carico variabile, per esempio 25, 50, 75 e 100% della coppia nominale di carico, e definita da Harris [5] già nel 1958, è una presentazione utilissima per valutare il comportamento di una modifica del profilo proposta. La maggior parte dei riduttori non funziona sempre con carico costante, per cui le prestazioni devono essere ottimali all'interno di un certo intervallo di coppie. L'errore di trasmissione non modificato di figura 4 fa anche vedere una particolarità spesso discussa: a causa della flessione dei denti, all'aumentare della coppia il rapporto trasversale di contatto ($\epsilon\alpha$) aumenta da 1,67 a circa 1,78 (per carico

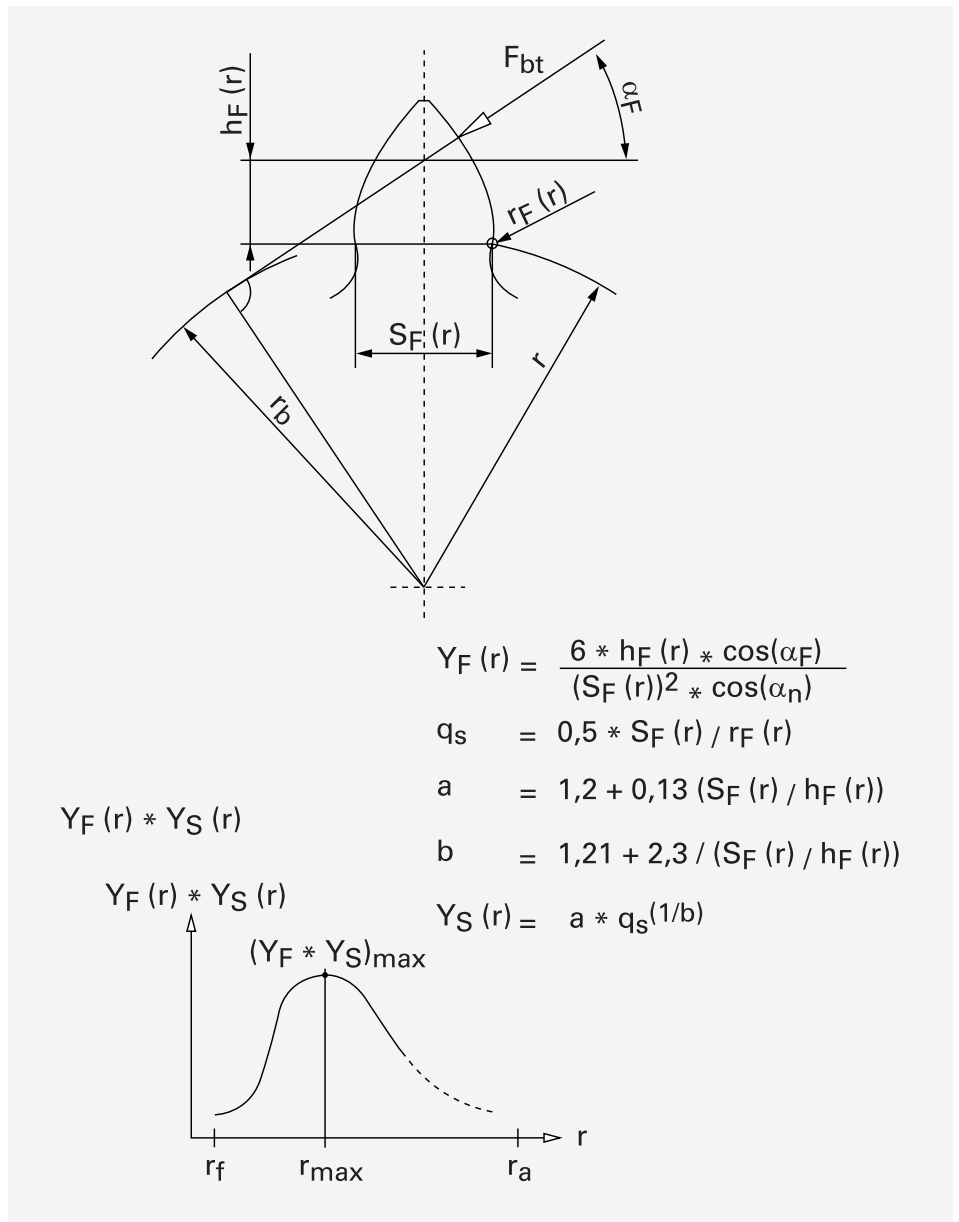


Fig. 7 - Determinazione della sollecitazione al piede del dente per qualsiasi punto del piede tra $Y_F(r)$ e $Y_S(r)$.

gura 4 è illustrato un tipico esempio di ingranaggio senza (in alto) e con diversi gradi di modifica del profilo (al centro e in basso). La tecnica di indicare l'errore di trasmissione sotto carico variabile, per esempio 25, 50, 75 e 100% della coppia nominale di carico, e definita da Harris [5] già nel 1958, è una presentazione utilissima per valutare il comportamento di una modifica del profilo proposta. La

maggior parte dei riduttori non funziona sempre con carico costante, per cui le prestazioni devono essere ottimali all'interno di un certo intervallo di coppie. L'errore di trasmissione non modificato di figura 4 fa anche vedere una particolarità spesso discussa: a causa della flessione dei denti, all'aumentare della coppia il rapporto trasversale di contatto ($\epsilon\alpha$) aumenta da 1,67 a circa 1,78 (per carico

50%) e a 1,81 (per carico 100%). Ogni piccola modifica del profilo del dente ha un'influenza importante sulla curva, come si vede nel confronto di figura 4. Una nuova tendenza nello sviluppo di ingranaggi ottimizzati è quella di applicare una speciale modifica del profilo nel processo di finitura per ridurre l'errore di trasmissione. Quando si aumenta lo spessore del dente tra i limiti dei singoli diametri di contatto (la parte del fianco del dente con una coppia di denti in presa), si può ridurre il valore dell'errore di trasmissione in questa parte. Per dimostrare questo effetto, la figura 5 presenta l'errore di trasmissione determinato da una modifica di tipo sinusoidale.

È evidente che questo genere di modifica produce errori di trasmissione più elevati in condizioni di basso carico, ma nel campo della coppia nominale la variazione dell'errore di trasmissione risulta notevolmente ridotta. Il comportamento dell'errore di trasmissione può essere ulteriormente migliorato quando si applicano forme di modifica diverse. La sinusoidale è stata scelta per dimostrare questo principio.

È ben noto che gli errori di fabbricazione (per esempio, l'errore di passo) hanno un'influenza importante sull'errore di trasmissione delle ruote dentate reali. Questi effetti possono essere studiati applicando un errore alla forma del dente. Per esempio, prima di calcolare l'errore di trasmissione, si può aumentare la distanza tra due fianchi di un valore pari all'errore di passo (fig. 6).

Analisi delle sollecitazioni

Per il calcolo della resistenza delle ruote dentate ottimizzate è stato sviluppato un algoritmo. Tutte le normali procedure di calcolo determinano la sollecitazione al piede del dente mediante un modello semplificato delle condizioni reali. Secondo ISO 6336, la sezione trasversale critica al piede del dente deve trovarsi sul punto di contatto della tangente a 30° al

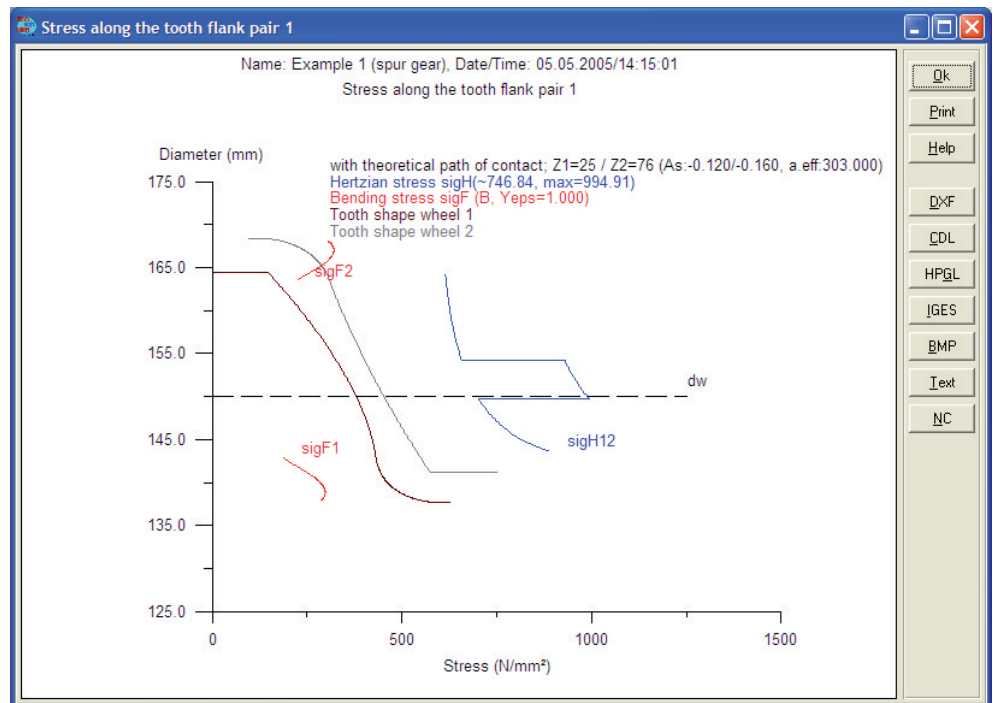


Fig. 8 - Sollecitazioni (e pressione di Hertz) al piede del dente, calcolate sulla base della forma effettiva del dente e delle condizioni di ingranamento.

profilo del piede. Secondo AGMA 2001 (con AGMA 908-B89), alla forma del dente viene applicata la parabola di Lewis, in cui il punto di contatto della parabola con il raccordo al piede del dente definisce la sezione trasversale critica. A seconda della forma effettiva del raccordo al piede del dente si ha un errore più o meno grande.

Nella pubblicazione di B. Obsieger [6] di alcuni anni or sono, è stato proposto un metodo di calcolo notevolmente migliorato. Sulla base della forma effettiva del dente, per ogni punto nella regione del piede del dente si calcolano il fattore di forma del dente (ISO: YF, AGMA: Y) e il fattore di correzione della sollecitazione (ISO: YS, AGMA: Kf) e si determina quindi la posizione del massimo del prodotto (ISO: YF*YS, AGMA: Y/Kf) (figura 7). Questa procedura di calcolo è integrata nel software KISSsoft. La sezione trasversale critica al piede del dente può essere determinata, secondo AGMA, sulla base dell'applicazione della

forza sulla testa del dente o sul punto di contatto singolo più esterno. Con questo dato specifico, si effettua completamente il calcolo della resistenza secondo ISO o AGMA. L'andamento delle sollecitazioni può essere presentato anche in forma grafica (figura 8). Questo metodo dà buoni risultati rispetto ai calcoli FEM. In questa procedura è anche incluso l'effetto dell'intaglio di rettifica. Per una verifica della resistenza secondo AGMA o ISO, si identifica il punto di massima sollecitazione e si esegue il calcolo su questo punto specifico. Dato che la norma ISO stabilisce esplicitamente un metodo A, per avere un algoritmo migliorato sulla base della stessa filosofia fondamentale, questo tipo di calcolo è conforme al 100%.

Anche il valore della pressione di Hertz lungo il fianco del dente viene calcolato sulla base della forma effettiva del dente. Per ogni punto di azione si determinano i raggi di curvatura di entrambe le ruote dentate e la pressione viene calcolata

partendo da questi valori. Con gli stessi dati è possibile calcolare la velocità di strisciamento e anche di simulare la temperatura locale di contatto, il rendimento e il fattore di sicurezza al grippaggio per qualsiasi coppia di ruote.

Sollecitazioni lungo la linea di contatto

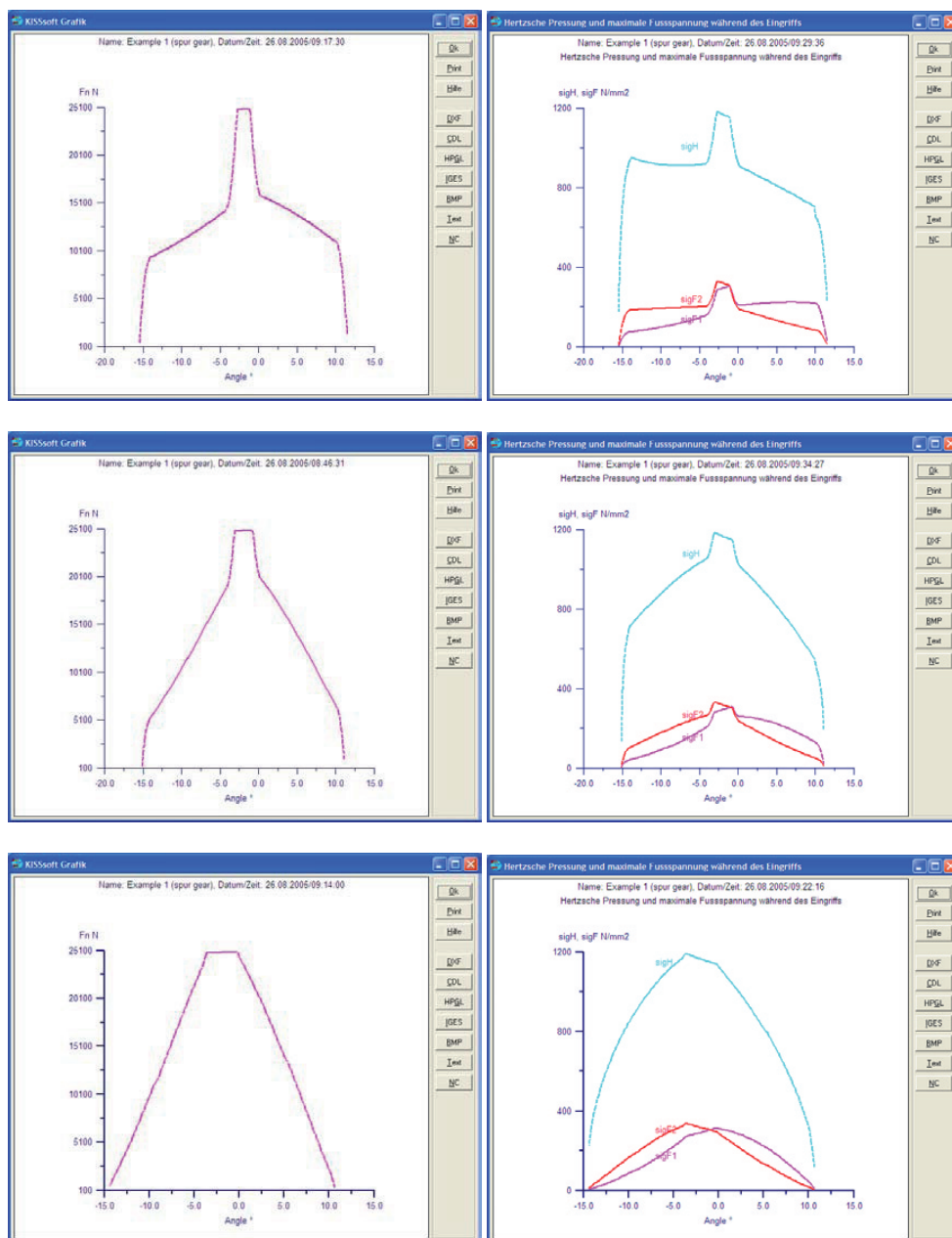
La procedura per il calcolo dell'errore di trasmissione (figura 6) fornisce anche la forza normale e il punto di contatto sul dente durante il ciclo di ingranamento, consentendo così un'analisi ancora più precisa. In figura 8 sono riportate la pressione hertziana e la massima sollecitazione sul dente, calcolate con la forza normale effettiva. Dato che le norme (AGMA e ISO) si basano sul calcolo di una sola situazione, cioè l'applicazione della forza normale sul punto del contatto singolo del dente, è di gran lunga più preciso il calcolo più realistico della forza normale e delle corrispondenti sollecitazioni in ogni posizione. Si noti, comunque, che il risultato può essere abbastanza differente da quello della procedura prevista dalle norme.

Conclusione

Con un software avanzato per la simulazione del processo di fabbricazione con uno o più diversi utensili e metodi di produzione, si calcola la forma effettiva del dente. Sulla base di questi dati si effettua il calcolo della resistenza al piede e dell'errore di trasmissione.

Viene proposta un'estensione del calcolo della resistenza al piede, in modo che le norme AGMA o ISO possano essere applicate a qualsiasi forma del dente, per esempio anche a ruote dentate rettificata di forma. Per lo sviluppo di ingranaggi silenziosi, è molto importante il calcolo dell'errore di trasmissione sotto diversi carichi. Il software permette di studiare gli effetti di diverse modifiche del profilo sotto carico e di trovare la soluzione migliore per il campo di coppie richiesto.

Fig. 9 - A sinistra: forza normale; a destra: pressione di Hertz e sollecitazione al piede del dente durante un ciclo di ingranamento (stesse ruote dentate della figura 4 per carico 100%).



Bibliografia

- [1] AGMA 2001-C95: *Fattori fondamentali di funzionamento e metodi di calcolo per denti dritti a evolvente e denti elicoidali*. Norma AGMA, 1995.
- [2] ISO 6336, Parte 1-3: *Calcolo della capacità di carico di ingranaggi cilindrici a denti dritti ed elicoidali*. 1966.
- [3] *Progettazione di ingranaggi e riduttori (con KISSsoft)*. Gear Technology, gennaio 2004.
- [4] Peterson, D.: *Auswirkung der Lastverteilung auf die Zahnfußtragfähigkeit von Stirnradpaarungen*. Tesi, Braunschweig, Germania, 1989.
- [5] Harris, S.L.: *Dynamics Loads on the Teeth of Spur Gears*. Atti Inst. Mech. Eng., vol. 172, 1958, pp. 87-112.
- [6] Obsieger, B.: *Zahnformfactoren von Aussen- und Innenverzahnungen*. Konstruktion 32 (1980), pp. 443-447.