

KISSsoft AG - ☎ +41 55 254 20 50
Uetzikon 4 - 📠 +41 55 254 20 51
8634 Hombrechtikon - ✉ info@KISSsoft.AG
Switzerland - 🌐 www.KISSsoft.AG

Berechnung der Eingriffslinie unter Last

Bei jeder Neukonstruktion gibt es Bauteile, die festigkeitsmässig ausgelegt werden müssen. Hierfür stehen zwei alternative Ansätze zur Verfügung, entweder die sehr allgemeine Finite Elemente Methode, oder aber die klassischen Methoden, welche für jedes Maschinenelement speziell entwickelt werden. Beide Ansätze haben ihre Vor- und Nachteile, so dass keine Aussage getroffen werden kann, welches die bessere Vorgehensweise ist: je nach Anwendungsfall ist es mal die eine, mal die andere.

Klar ist, dass die FEM bei nicht standardisierten Bauteilen wie z.B. Gehäusen die einzig mögliche ist: hier gibt es schlicht keine klassischen Methoden. Ebenso klar ist, dass für eine rasche Überprüfung der Passfederdimensionierung der Aufwand einer FEM nicht gerechtfertigt ist. In einigen Fällen ist es aber nicht klar, ob die klassischen Methoden noch zutreffen, oder andererseits die FEM zu allgemein sind und eventuell wichtige spezifische Einflüsse ausser Acht lassen. So werden Zahnräder in Deutschland überwiegend nach den in Normen wie der ISO 6336 oder der DIN 3990 festgelegten klassischen Methoden gerechnet, in den USA aber häufig mit FEM.

In diesem Artikel soll exemplarisch ein spezielles Rechenproblem untersucht werden, das mit beiden Ansätzen nicht trivial ist. Es geht um die Berechnung der Eingriffslinie zweier Stirnräder unter Last. Bei den betrachteten Zahnrädern handelt es sich um geradverzahnte Stirnräder mit Modul 1mm und 17 zu 39 Zähnen. Es werden zwei Varianten betrachtet, zum einen die reine Evolventenverzahnung, zum anderen die gleichen Zahnräder mit einer Kopfrücknahme, um das Abwälzverhalten zu verbessern.

In der Theorie ist die Eingriffslinie zweier Evolventenverzahnungen eine Gerade. Durch die aufgebrachte Last verformen sich aber die Zähne, so dass es auch Kontaktpunkte neben dieser Geraden geben kann. Insbesondere kommt es zu einem etwas früheren Eingriffsbeginn, und andererseits zu einem verzögerten Eingriffsende. Die Kopfrücknahme soll dies korrigieren. Da die Verformungen der Zähne von der Last abhängen, kann eine Kopfrücknahme immer nur für eine bestimmte Last optimal sein. Bei höheren Lasten wird weiterhin die Eingriffsdauer erhöht, bei niedrigeren hingegen die Überdeckung des Zahnradpaars (also die gesamte Eingriffsdauer) gegenüber der unkorrigierten Verzahnung reduziert. Eine übertriebenen Korrektur ist mithin ebenso kontraproduktiv wie eine zu kleine. Da es keine einfache Methode gibt, um die optimale Korrektur zu finden (unter anderem weil es **die** optimale Korrektur eben nicht gibt, sondern immer nur fallweise den besten Kompromiss), ist die Simulation des Eingriffs unter Last ein wichtiges Hilfsmittel zur Auslegung der Korrektur.

Die Stärke der Kopfrücknahme wird durch die Verformung der Zähne bestimmt. Die Höhe, also der Durchmesser von dem an der Kopf zurückgenommen wird, ist noch ein freier Parameter. Üblich sind zwei Standardwerte, entweder ab dem Einzeleingriffspunkt, d.h. dem Punkt auf der Flanke, an dem der Wechsel von zwei auf ein Zahnpaar im Kontakt erfolgt. Das ist die sogenannte lange Profilkorrektur. Oder aber nur die halbe Strecke runter bis zum Einzeleingriffspunkt, das ist die kurze Profilkorrektur. Die kurze Korrektur hat ein besseres Lastverhalten, da die theoretische Überdeckung nicht so stark reduziert wird. Sie zeigt andererseits normalerweise eine weniger starke Reduktion der Schwingungsanregung.

Um den Eingriff simulieren zu können, muss ein Kontaktproblem gelöst werden. Durch das übertragene Drehmoment (welches für die Simulation in der Regel als konstant angesehen wird) kommen die Flanken von in der Regel ein oder zwei Zahnpaaren in Kontakt. Während des Abwärens schwankt die Anzahl Zahnpaare im Kontakt normalerweise um eins, womit die Gesamtsteifigkeit der Verzahnung sich sprunghaft ändert (siehe Bild 1). Für die klassische Methode muss ein Modell aufgestellt werden, welches diese Verhältnisse ausreichend genau wiedergibt. Ebenfalls in Bild 1 sieht man das übliche Modell mit zwei Verzahnungsgrundkörpern und einer Zahnfeder, welche eine sich periodisch ändernde Steifigkeit aufweist. Zur Berechnung dieser Steifigkeit wird in KISSsoft das Modell nach Peterson herangezogen, welches die Biegung und die Scherverformung des Zahns, die Hertzsche Pressung und das Kippen des Zahns im Grundkörper berücksichtigt. Dieses Modell liefert zunächst die Steifigkeit eines Zahnpaars über den Eingriff. Durch periodisch verschobenes Aufsummieren erhält man damit die Gesamtsteifigkeit der Zahnfeder. Ein Problem stellt dabei der sich durch die Verformung der Zähne ändernde Zeitanteil mit einem bzw. zwei Zahnpaaren im Kontakt dar, da dies die Steifigkeit ändern kann, was wiederum die Verformung ändert. An dieser Stelle kommt man um eine Iteration also nicht herum.

Als Lohn dieser Mühe erhält man die Eingriffslinie unter Last, den Verlauf der Normalkraft auf einer Flanke, den Spannungsverlauf im Fussbereich, den Verlauf der Hertzschen Pressung und die Drehwegabweichung. Bei der Drehwegabweichung handelt es sich um die kleinen Schwankungen, welche das getriebene Rad um die konstante Rotation herum ausführt. Diese Schwankungen ergeben sich aus dem konstanten Drehmoment bei variabler Steifigkeit. Im Modell entspricht die Drehwegabweichung der Auslenkung der Feder.

Bild 2 zeigt die Ergebnisse für beide Varianten. In der linken Spalte sieht man zunächst die Eingriffslinie unter Last. Im mittleren Teil entspricht diese der Theorie und ist eine Gerade. Am Eingriffbeginn sieht man aber eine Abweichung von der Geraden, hier folgen die Kontaktpunkte dem Kopfkreis des getriebenen Rades. Entsprechend findet man am Eingriffsende den Kopfkreis des Ritzels wieder. Die Folge dieser Abweichung ist der Eingriffsstoss.

Die rechte Spalte zeigt den Verlauf des Kontakts mit Profilkorrektur. Im Bereich von Eingriffbeginn und –ende folgt der Kontakt hier einer Geraden. Im Übergangsbereich vom korrigierten zum unkorrigierten Bereich der Flanke ist eine Art Seitwärtsbewegung des Kontakts zu erkennen, welche durch den sich sprunghaft ändernden Eingriffswinkel verursacht wird. Dazwischen liegt wieder die gerade Eingriffslinie die theoretisch zu erwarten wäre. Insgesamt ist die Eingriffslinie hier kürzer als bei der unkorrigierten Verzahnung.

Für die weiteren dargestellten Größen (von oben nach unten Normalkraft, Drehwegabweichung und Spannungsverlauf) ist zu beachten, dass die Skalierung der Abszisse für den unkorrigierten und den korrigierten Fall unterschiedlich ist, auch hier ist in der rechten Spalte der Eingriffsverlauf kürzer als in der linken. Die Normalkraft ist bei der unkorrigierten Verzahnung die meiste Zeit kleiner, da zwei Zahnpaare im Kontakt sind. Der Maximalwert ist aber bei beiden Varianten gleich, was auch zu erwarten ist, da die Kopfrücknahme im mittleren Bereich keinen Einfluss hat. Die Amplitude der Drehwegabweichung ist ungefähr gleich geblieben, der Anstieg bei der unkorrigierten Verzahnung ist aber wesentlich steiler. Oder anders ausgedrückt, die höheren Frequenzen sind bei der korrigierten Verzahnung reduziert. Beim Spannungsverlauf ist auffällig, dass am Eingriffbeginn ein Maximum der Hertzschen Pressung (blaue Kurve) bei der korrigierten Verzahnung wegfällt. Dies ist der Eingriffsstoss, welcher durch die Kopfrücknahme vermieden wird. Andererseits ist die maximale Pressung bei der korrigierten Verzahnung leicht höher. Das zeigt die Notwendigkeit, die Korrektur so klein wie möglich zu halten.

Zum Vergleich der Ergebnisse von den klassischen Methoden mit FEM wurden die Zahnräder in ANSYS modelliert, wie in Bild 3 dargestellt. Auch hier muss das Kontaktproblem gelöst werden, was nicht trivial ist. Das zugrundeliegende Modell ist aber in der eingegebenen Geometrie bereits implizit

enthalten, eine Formel für die Steifigkeit wird nicht gebraucht. Allerdings wird die Form des Zahnrades als Eingabe benötigt.

Beim Vergleich der Ergebnisse in Bild 4 ist zunächst die sehr gute Übereinstimmung festzuhalten. Nur bei der Hertzschen Pressung zeigen die FEM-Ergebnisse ein „wildes“ Verhalten. Die analytisch erhaltenen Resultate der klassischen Methode liegen als eine Art obere Einhüllende über den FEM-Werten. Ursache ist die Aufteilung der Spannung auf die Knoten des Netzes bei den FE. Da nur der Wert an der Stelle des Knotens mit maximaler Spannung ausgegeben wurde, liegen die Resultate zu niedrig. Hier müssten die Spannungen an den benachbarten Knoten geeignet zusammengefasst werden, was aber zu aufwändig erschien. Abgesehen hiervon ist die Übereinstimmung aber so gut, dass man beide Methoden in diesem Fall als gleichwertig ansehen kann. Ausser im Aufwand, welcher sich bei der Modellierung mit ANSYS auf zwei Tage belief, mit KISSsoft hingegen auf 15 Minuten. Wobei jede neue Variante für die Kopfrücknahme in ANSYS erneut fast den selben Aufwand erzeugt, während er sich in KISSsoft auf ca. 5 Minuten reduziert.

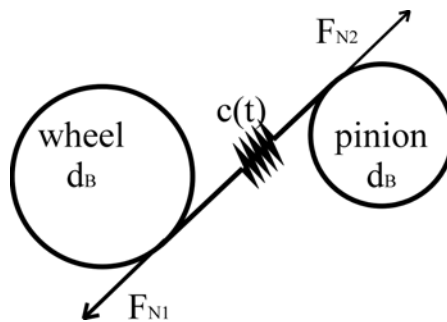
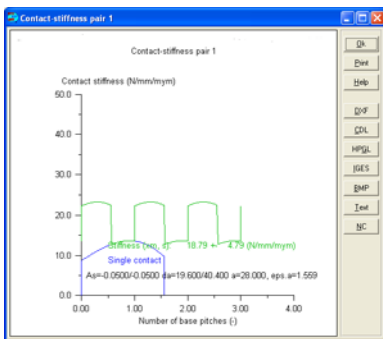
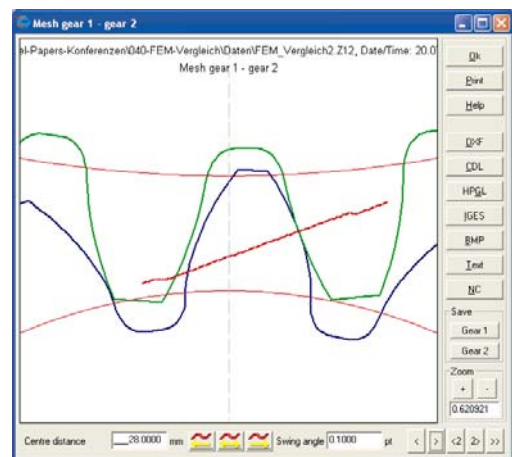
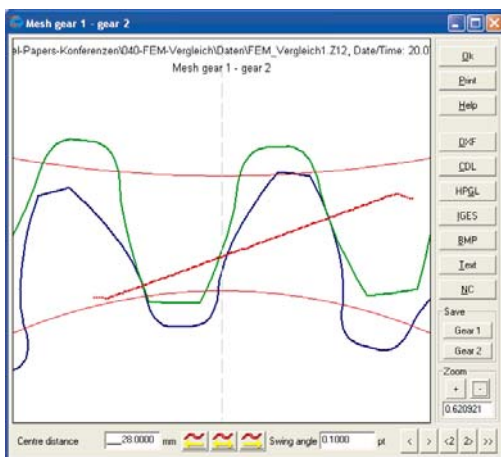


Bild 1: Typischer Verlauf der Verzahnungssteifigkeit und das zugrunde gelegte Feder-Masse-Modell.



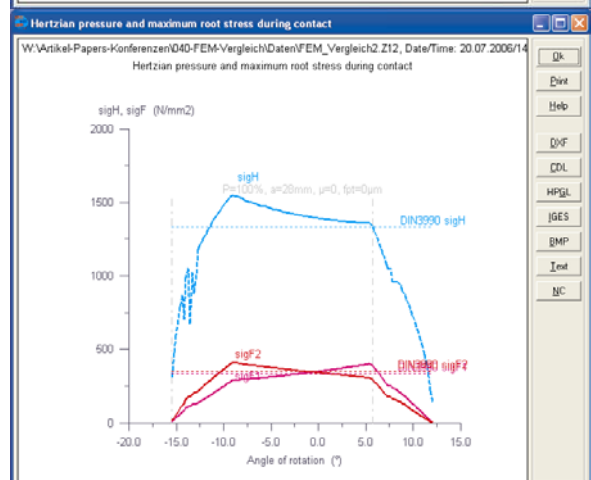
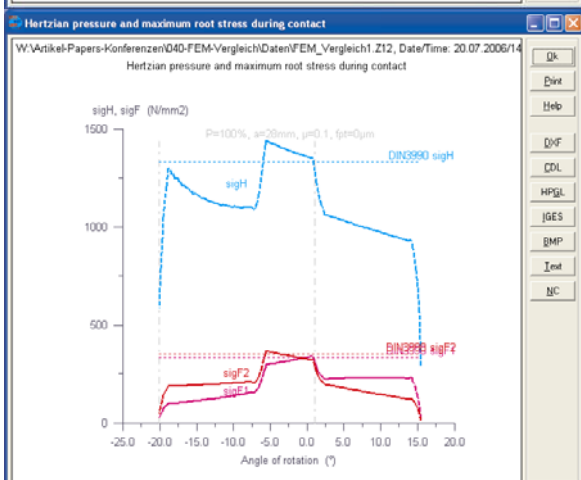
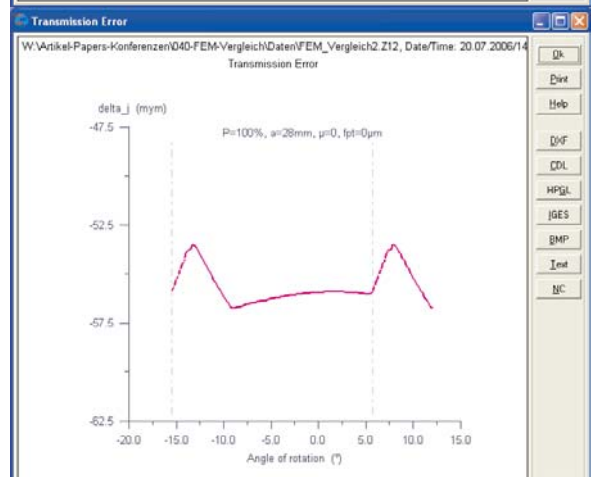
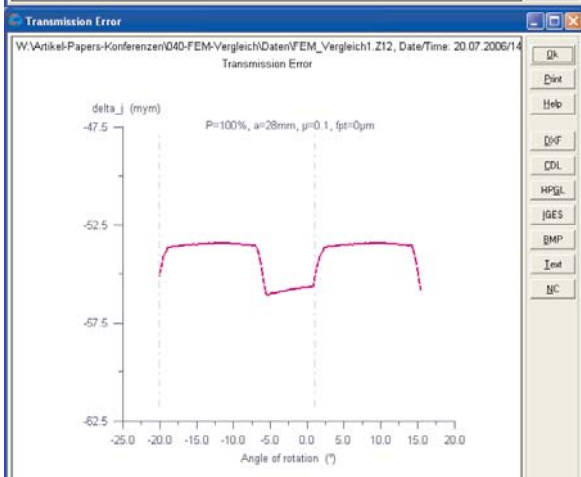
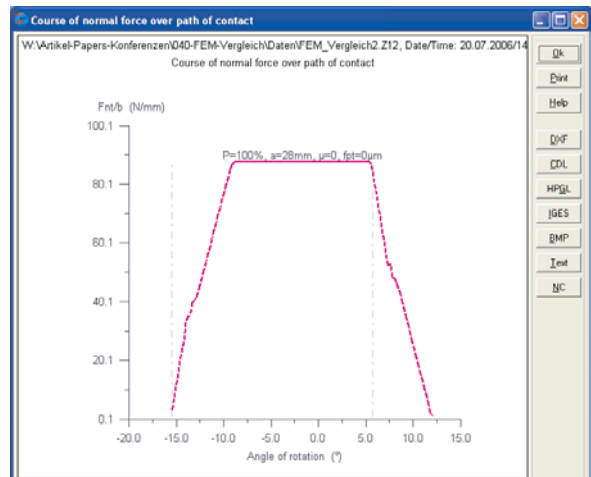
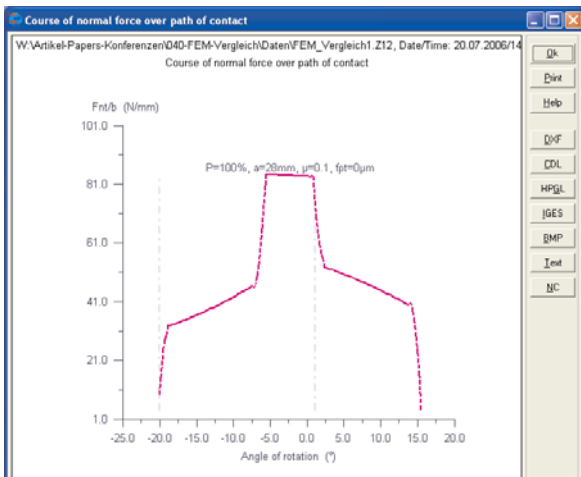


Bild 2: Die Ergebnisse der klassischen Methode

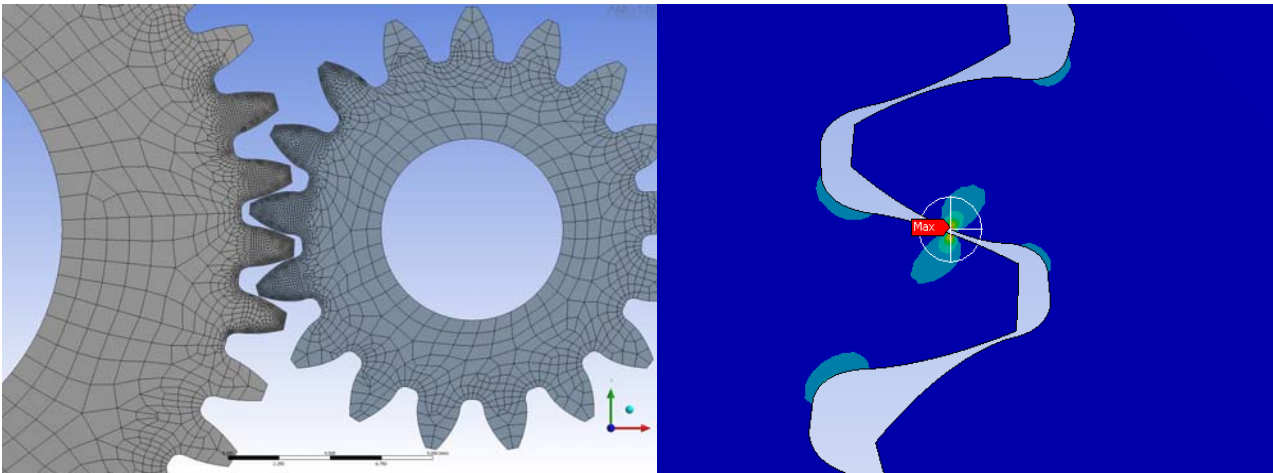
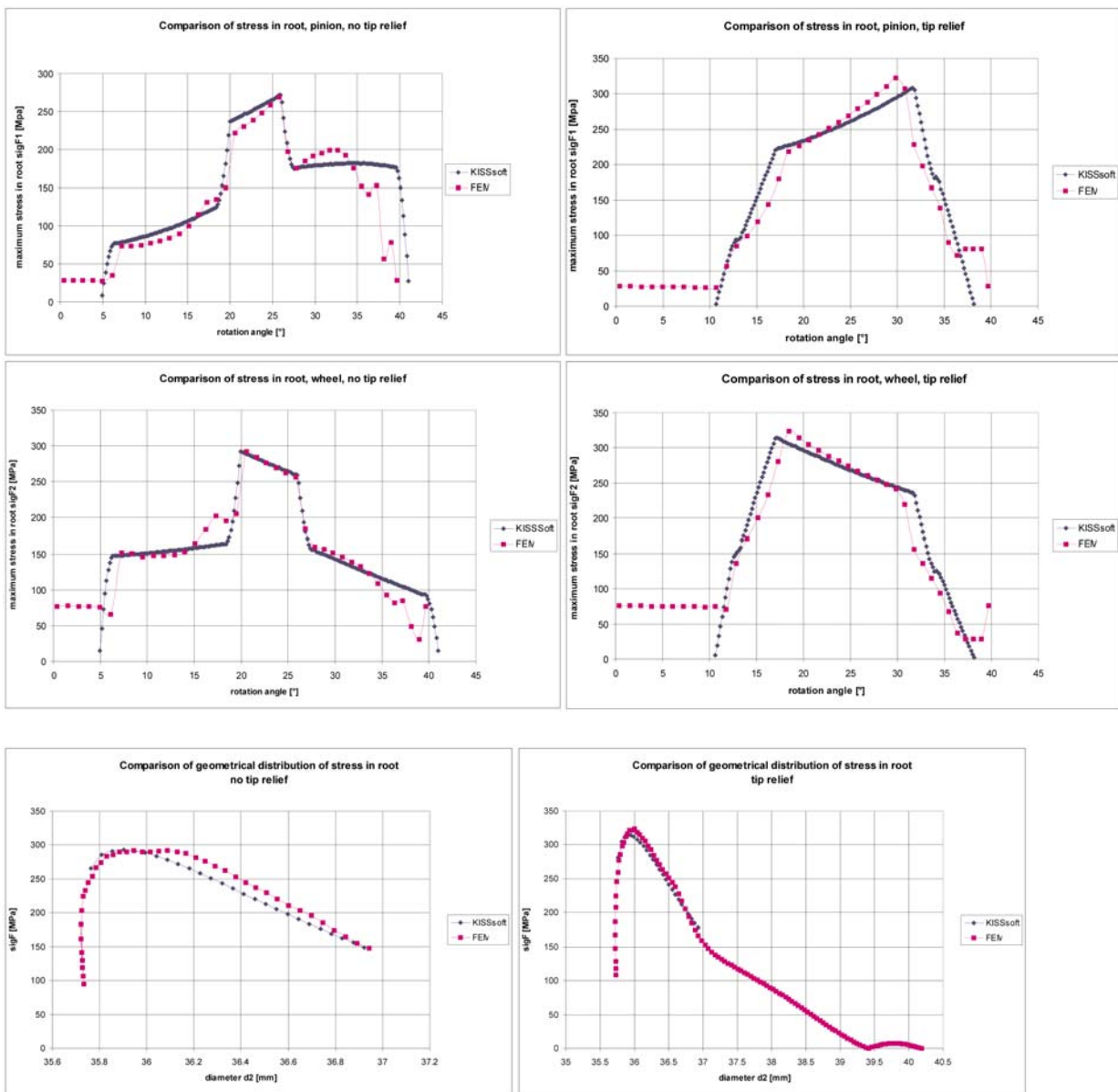


Bild 3: Die Zahnräder in ANSYS



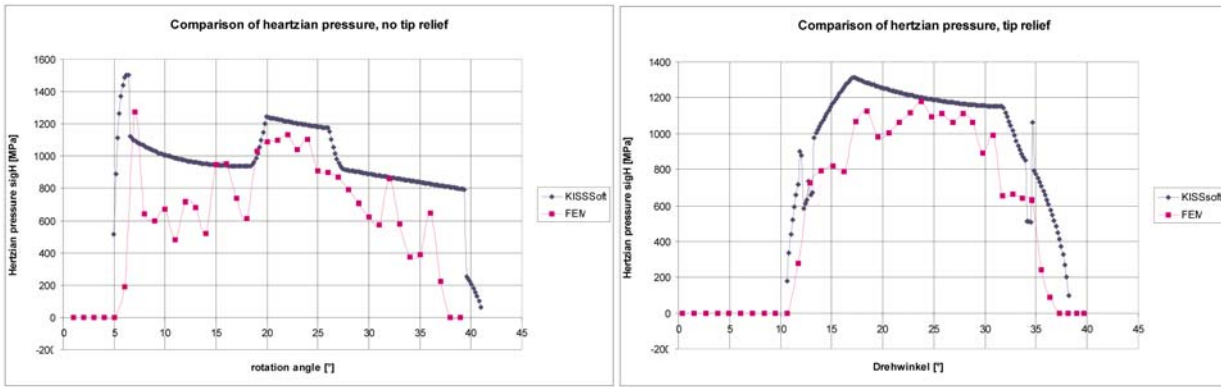


Bild 4: Vergleich der Ergebnisse von FEM und klassischer Methode