

KISSsoft AG - +41 55 254 20 50
Uetzikon 4 - +41 55 254 20 51
8634 Hombrechtikon - info@KISSsoft.AG
Switzerland - www.KISSsoft.AG

KISSsoft und FE: Eigenfrequenzberechnung in der Praxis

Dipl.-Ing. Jürg Langhart, KISSsoft AG, Dipl.-Ing. Rudolf Stebler, INGENIS AG

Einen wichtigen Aspekt in der Wellenberechnung stellt die Berechnung der Eigenfrequenzen dar. Gerade bei relativ langen Wellen mit Massen – wie sie beispielsweise bei Rührern, Lüftern oder Pumpen vorkommen – kann die Eigenfrequenz mit der Betriebsfrequenz zusammenfallen, wobei es in der Folge zur Resonanz kommen kann. Aus diesem Grund muss in kritischen Anwendungen die Eigenfrequenz bereits während der Konstruktion geprüft werden, um ein Aufschwingen der Welle und damit einhergehenden extremen Belastungen zu vermeiden. Hierzu lassen sich in der Konstruktionsphase die klassische Mechanik und analytische Berechnung verwenden, welche neben den Festigkeiten sowie Lagerlebensdauern bereits präzise Resultate zu den Eigenfrequenzen liefern. Im Anschluss daran können mit der Finite-Elemente-Methode weitere Untersuchungen durchgeführt werden, bevor schliesslich auf dem Prüfstand die Nachmessung erfolgt.

Balkenmodell und weitere Einflüsse der Wellenberechnung

Für die Beschreibung querschwingender Balken wird entweder die Theorie des Euler-Bernoulli-Balkens oder diejenige des Timoshenko-Balkens herangezogen. Beim Euler-Bernoulli-Balken wird die Durchbiegung mit schubstarren Elementen gerechnet, während der Timoshenko-Balken Schubverformungen berücksichtigen kann – was in den infinitesimalen Elementen einen Winkel zwischen dem Schnitt und der Biegelinie bewirkt und somit zu einer etwas grösseren Durchbiegung führt. Als Faustformel gilt hierbei, dass ein Balken mit einem Verhältnis von Länge-zu-Durchmesser von mehr als zehn gut durch den Euler-Bernoulli-Balken beschrieben ist. Dagegen ist bei einer eher kürzeren, dafür dickeren Welle – wie sie im Getriebebau üblich ist – der Timoshenko-Balken vorzuziehen, was schliesslich auch bessere mit Messungen übereinstimmenden Ergebnisse mit sich bringt. Der Timoshenko-Balken nimmt – aufgrund eines zweiten Freiheitsgrades der infinitesimalen Balkenelemente – jedoch auch einen höheren Berechnungsaufwand in Anspruch. Die Abbildung 1 zeigt in diesem Zusammenhang die Durchbiegung bei Verwendung der Balkenmodelle nach Euler-Bernoulli-Theorie (gestrichelte Linie) und Timoshenko-Theorie (durchgezogene Linie).

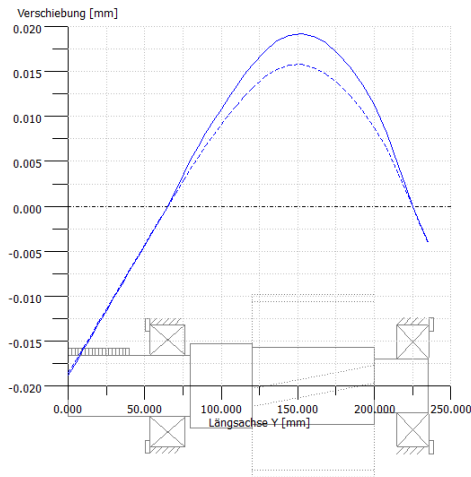


Abbildung 1: Durchbiegung der Welle beim Euler-Bernoulli- (gestrichelte Linie) oder Timoshenko-Balkenmodell (durchgezogene Linie)

Die Berechnung der Schwingung erfolgt über die Komponenten der Steifigkeit (erster Term) und der Masse (zweiter Term). Es wird dabei keine Dämpfung der Biegeschwingung angenommen, welche für die Berechnung der Schwindungsamplitude in der Resonanz notwendig wäre. Die Differentialgleichung für den Euler-Bernoulli-Balken lautet somit:

$$EI_y z^{(4)}(y, t) + \rho Q \ddot{z}(y, t) = 0$$

- Q Querschnitt
- I_y Flächenträgheitsmoment
- E E-Modul
- ρ Dichte

In KISSsoft wird für die Wellenberechnung (Durchbiegung, Spannung, Eigenschwingung und Knicken) seit dem Release 03/2008 ein FE-Kern verwendet, welcher dieses Gleichungssystem löst. Dabei verwendet der FE-Kern ebenfalls ein eindimensionales Balkenmodell nach Euler-Bernoulli oder Timoshenko wie die klassische Mechanik, sodass die selben Resultate erzielt werden. Zusätzlich steht mit dem FE-Kern auch die Möglichkeit zur Verfügung, die Welle nicht-linear zu rechnen: Hierbei werden für die Berechnung der Steifigkeit sowie der weiteren Größen zusätzlich Terme mit zweiter Ordnung verwendet. Die nicht-lineare Komponente macht sich deutlich bemerkbar, wenn beispielsweise eine Welle stark gedehnt wird, sodass durch diese Dehnung eine zusätzliche Zugspannung und höhere Steifigkeit entstehen. Die erhöhte Steifigkeit wiederum verändert die Eigenfrequenz, was sich beispielhaft an einer mehr oder weniger stark gedehnten „Gitarrensaite“ zeigen lässt.

Eigenschwingungen werden in Biege- oder Dreheigenschwingungen unterteilt. Für die Berechnung von Biegeeigenschwingungen haben Durchbiegungen aufgrund statischer Kräfte – wie beispielsweise dem Riemenzug – keinen Einfluss, wobei hingegen Massen in die Berechnung mit eingehen. Dem Konstrukteur steht mit dem Berechnungsprogramm KISSsoft die Möglichkeit offen, die Kräfte auch ausserhalb der Welle zu positionieren und der Zusatzmasse ebenfalls die entsprechenden Eigenschaften wie die Rotationsträgheitsmomente in axialer sowie in beiden radialen Richtungen mitzugeben.

Da in die Schwingungsberechnung auch die Steifigkeiten mit eingehen, üben demzufolge die Lagersteifigkeiten einen grossen Einfluss auf die Berechnungen der kritischen Drehzahlen aus. Dabei können die Lagersteifigkeiten in KISSsoft entweder nach der ISO/TS 16281 gerechnet oder es können eigene Werte vorgegeben werden.

Einen weiteren Einfluss auf die Eigenfrequenz hat der Kreiseffekt. Der Kreiseffekt berücksichtigt die Trägheit gegen Drehung um radiale Achsen, was einem Widerstand gegen das Verkippen der Welle entspricht. Die Berücksichtigung des Kreiseffekts in der Berechnung bewirkt, dass die Eigenschwingung von der Drehzahl der Welle abhängt. Die Eigenbewegung der Welle kann zudem entgegen oder in der Richtung der Wellendrehrichtung sein, was mit Gegenlauf oder Gleichlauf benannt wird. In Abbildung 2 werden in einem Campbell-Diagramm die Eigenfrequenzen bei Gegenlauf oder Gleichlauf über den Drehzahlbereich dargestellt. In KISSsoft wurde die Berechnung der Eigenfrequenzen gemäss Erwin Krämers Buch „Maschindynamik“ geprüft, welches auch die Grundlage für andere spezifische Software darstellt.

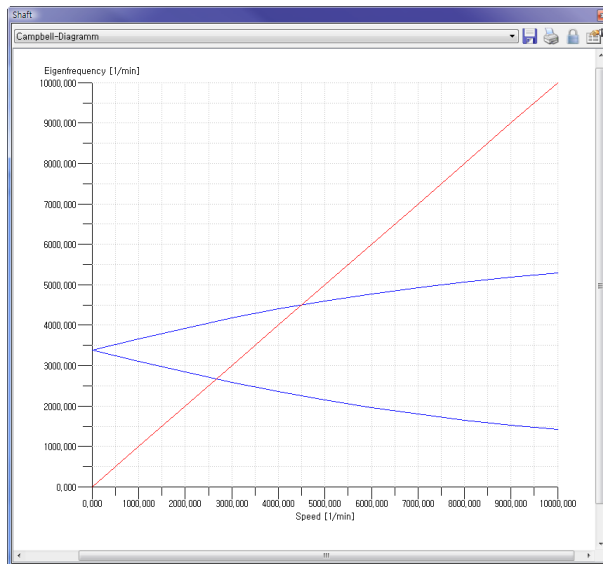


Abbildung 2: Campbell-Diagramm einer Lüfter-Welle, mit Eigenfrequenzen im Gleichlauf (obere blaue Kurve) oder Gegenlauf (untere blaue Kurve).

Nach den Berechnungen wurden die Eigenfrequenzen in einem Prüfstand gemessen. Die Messungen wurden durchgeführt mit der experimentellen Modalanalyse, wobei die Struktur an einer Stelle mit einem Impulshammer im Ruhezustand angeregt wird. An mehreren Stellen der Welle werden anschliessend mit triaxialen Beschleunigungssensoren die Beschleunigungen gemessen. Um die gemessenen Frequenzen unabhängig von der Impulskraft zu erhalten, werden die Beschleunigungen auf die Impulskraft bezogen und ausgewertet (siehe Abbildung 3). Es zeigte sich, dass bei 54 Hz ein Peak gefunden werden konnte (rote Linie in Abbildung 3), welche sich auch im mit KISSsoft gerechneten Campbell-Diagramm bei Drehzahl=0 in sehr gut übereinstimmender Weise mit KISSsoft vorausberechnen lassen konnte.

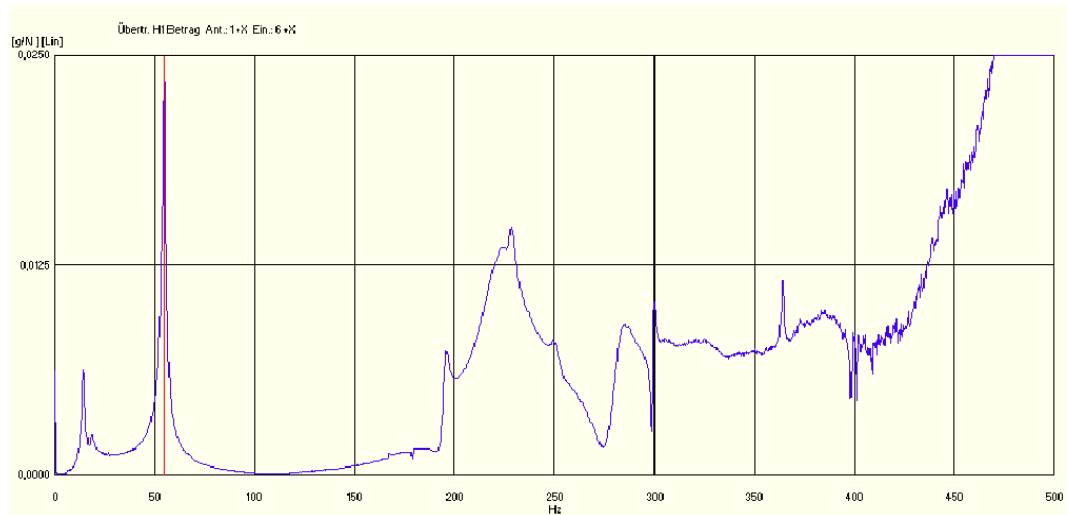


Abbildung 3: Messungen und Auswertung der Eigenfrequenzen einer Lüfterwelle mit einem Anschlagversuch (mit freundlicher Genehmigung der Firma Witt und Sohn, DE-Pinneberg).

Weitergehende Untersuchung mit FE-Software

Im Anschluss an die Berechnung mit einem Programm wie KISSsoft soll der Einsatz der Methode der Finiten Elemente betrachtet werden, welcher weitere Möglichkeiten in der Schwingungsanalyse von Wellen bietet. Wird die Welle vollständig mit Volumenelementen dargestellt, bedarf es keinerlei Annahmen über Zusammenhänge von Schubverformung und Biegeverformung. Der Einsatz finiter Elemente kann Antworten geben auf Fragen und Problemstellungen wie:

- kurze Wellen, bei welchen die Einsatzgrenzen für Balkenelemente unterschritten werden
- an die Wellen angebaute, nicht rotationssymmetrische Bauteile
- Berücksichtigung von Unwuchten und Exzentrizitäten
- nicht rotationssymmetrische Querschnitte

Des Weiteren schwingen Wellen oft nicht alleine, sondern sind Teil einer Baugruppe. Somit kann es für ein aussagekräftiges Ergebnis erforderlich sein, angebaute Teile (Grundplatten, Gehäuse, Rotorblätter etc.) in das zu analysierende System einzubeziehen.

Einen ersten Einblick können Eigenfrequenzanalysen von Wellen mit Volumen-FE-Modellen auch in die Beanspruchungssituation geben. Für jede errechnete Eigenform lassen sich die Spannungen ermitteln. Deren absolute Werte sind bei reinen Eigenfrequenzanalysen zwar ohne Bedeutung, sie informieren jedoch über die Lage der am höchsten beanspruchten Bereiche (Kerben, Nuten, Bohrungen etc.). Nachfolgende Spannungsanalysen können auf diese Stellen fokussiert werden.

Gegenüber Wellenberechnungen mit Maschinenelemente-Programmen lassen sich mit FE-Modellen Wellen ohne Einschränkungen der Geometrie und Lagerung analysieren, jedoch zum Preis eines erhöhten Aufwandes. Im Gegenzug lassen sich mit Maschinenelemente-Programmen Änderungen geometrischer Größen wie beispielsweise Durchmesser, Lagerabstände und Wellenlängen rascher untersuchen. Die Wahl des passenden Werkzeugs ist somit von der jeweiligen Fragestellung abhängig, welche unterschiedlich über die Entwicklungsphase auftreten oder auch gut in Kombination möglich sind.

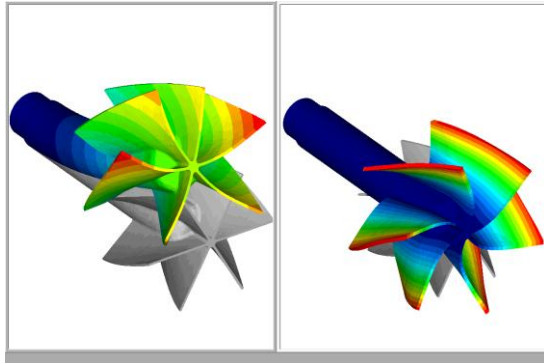


Abbildung 4: Zusammengesetzte Welle: erste Eigenform der Welle (links) und erste Eigenform der Blätter (rechts).