

KISSsoft AG - ☎ +41 55 254 20 50
Uetzikon 4 - ☎ +41 55 254 20 51
8634 Hombrechtikon - ✉ info@KISSsoft.AG
Switzerland - www.KISSsoft.AG

Moderne Wellenberechnung unter Berücksichtigung nichtlinearer Effekte aus der Wälzlagerinnengeometrie

Dipl.-Ing. M. Raabe, KISSsoft AG, Hombrechtikon

Zusammenfassung

Wellenberechnungen werden zumeist unter Berücksichtigung von Lagern als starre Randbedingungen oder als einfache Federn durchgeführt. Für die Berechnung von Lagern mit grossem Druckwinkel gibt es dabei verschiedene Vorgehensmöglichkeiten. Zur genaueren Berechnung von Durchbiegung, Lagerkräften oder kritischen Frequenzen wird immer öfter auch die Berücksichtigung der korrekten Lagersteifigkeiten beruhend auf der inneren Geometrie des Lagers und der Lagerlast gefordert. Einige Anwendungsprobleme werden vorgestellt, bei denen die Berücksichtigung der nichtlinearen Lagersteifigkeiten in einer modernen Wellenberechnung von grossem Nutzen ist.

Einleitung und Problemstellung

Wellen sind meist rotierende, zylindrische Maschinenelemente zur Übertragung von Drehmomenten. Bei der Auslegung von Wellen ist die Festigkeit ein Kriterium. Weitere Kriterien sind beispielsweise die Durchbiegung und die kritischen Drehzahlen. Die Durchbiegung einer Welle wird z.B. für die Auslegung von Verzahnungskorrekturen benötigt. Die Berechnung einer Welle liefert auch die Belastung der dazugehörigen Lager.

Bei vielen Berechnungen wird der Einfachheit halber mit starren Lagern gerechnet. Dies ist für die Berechnung der Festigkeit bei statisch bestimmter Lagerung auch meist ausreichend. Bei statisch unbestimmten Lagerungen oder der Berechnung von kritischen Drehzahlen wird dagegen oft eine Lagersteifigkeit berücksichtigt. Diese Steifigkeiten sind sowohl bei Gleitlagern als auch bei Wälzlagern nichtlinear. Sie werden zumeist für einen Arbeitspunkt bestimmt und dann für eine lineare Berechnung verwendet. Angaben zur Steifigkeit sind oft nicht verfügbar und Schätzwerte werden verwendet.

Die Wälzlagerhersteller haben intern seit langem Berechnungsprogramme, die auch die nichtlinearen Wälzlagersteifigkeiten berücksichtigen, welche sie teilweise ihren Kunden zur Verfügung stellen. Wälzlagersteifigkeiten können auch bei den Herstellern angefragt werden, dies ist aber im Auslegungsprozess eine Zeitverzögerung. Einige wenige öffentlich verfügbare Berechnungsprogramme haben die Möglichkeit Wälzlagersteifigkeiten aus der Innengeometrie der Lager zu berechnen und die Firma KISSsoft hat ihr Berechnungsprogramm für Maschinenelemente ebenfalls um diese Möglichkeit erweitert. Eine Berechnungsmöglichkeit der Lagersteifigkeiten wird in DIN ISO 281 Beiblatt 4 [1] beschrieben, eine entsprechende internationale Norm [2] ist in Vorbereitung.

Für die Zertifizierung von Getrieben für Windkraftanlagen ist die Berechnung der Lagerlebensdauer unter Berücksichtigung der Innengeometrie nach [1] bereits vorgeschrieben.

Methoden zur Wellenberechnung

Für die Berechnung von Wellen wird meist ein Balkenmodell verwendet. Da ein Balkenmodell nur eindimensional ist, werden ausserdem 2D oder 3D FE Berechnungen von Wellen insbesondere bei hoher Ausnutzung der Festigkeit und besonderen Kerben durchgeführt.

Balkenmodelle

Als Balken wird ein eindimensionales Element bezeichnet, welches Kräfte und Momente um drei Achsen aufnehmen kann. Belastungen werden als Punktlasten oder bei Kräften auch als Linienlasten berücksichtigt. Randbedingungen werden an einzelnen Punkten aufgebracht.

Das gebräuchlichste Balkenelement ist der Euler-Bernoulli-Balken. Die Theorie nimmt ein eben bleiben der Querschnitte an, sowie die Proportionalität von Krümmung und Biegemoment. Bei kleinen Verschiebungen wird statt der Krümmung die zweite Ableitung der Durchbiegung verwendet.

$$EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -M(x)$$

Ein umfangreicheres Balkenmodell wie der Timoshenko-Balken berücksichtigt zusätzlich Schubverformungen. Aufgrund von Schubverformungen steht der Querschnitt nicht mehr senkrecht zur Achse des Balkens, sondern es kommt alleine durch Schubverformungen zu einer Durchbiegung. Dies ist bei kurzen, relativ dicken Balken zu berücksichtigen, falls Verformungen relevant sind. Aufgrund der Schubverformungen ist zu unterscheiden zwischen der Neigung der Welle und des Biegewinkels ψ , die sich durch den Querschub unterscheiden [9]:

$$GA_s \left(\frac{dw}{dx} + \frac{d\psi}{dx} \right) = Q(x)$$

Bei dynamischen Berechnungen verwendet der Euler-Bernoulli-Balken lediglich eine Linienmasse während der Timoshenko-Balken auch eine Trägheit gegenüber Rotationen berücksichtigt. Dies kann ebenfalls bei kurzen, dicken Balken zu einem Unterschied führen. In [9] wird eine Faustformel als Gültigkeitsbereich angegeben, so ist der Euler-Bernoulli-Balken verwendbar bei einer Wellenlänge grösser als die fünffache Balkenhöhe, der Timoshenko-Balken dagegen bis zu einer Wellenlänge, die der Balkenhöhe entspricht.

Eine Festigkeitsberechnung wird bei Wellen oft nach dem Nennspannungskonzept erstellt. Die Nennspannungen werden vom Balkenmodell geliefert, mit Kerbwirkungszahlen kann dann ein Nachweis nach DIN743 [5], der FKM-Richtlinie [6] oder ähnlichen Methoden durchgeführt werden.

Finite Element Berechnungen

Während die Balkentheorie für die Berechnung von Verformungen bei den meisten Wellen ausreichend ist, ist für die Festigkeit bei komplexen Kerbwirkungen oder einer hohen Ausnutzung der Festigkeit oft noch eine FE Berechnung notwendig. Bei Ermüdungsnachweisen stellt sich aber die Frage nach den zulässigen Spannungen. Die FKM Richtlinie [6] bietet mit dem Nachweis mit örtlichen Spannungen einen Ansatz. Hier werden FE-Berechnungen nicht weiter betrachtet.

Einfluss der Wälzlager auf die Welle

Lager werden in der Wellenberechnung als Rand- oder Übergangsbedingungen berücksichtigt. Oft werden Lager im Rahmen der Berechnung mit einem Balkenmodell als starr betrachtet. Dann wird eine Durchbiegung zu Null gesetzt. Bei linear elastischen Lagern wird je Lager und Koordinate eine zusätzliche Gleichung verwendet.

Bei Wälzlagern ist die Übergangsbedingung eine nichtlineare Funktion aller Verschiebungs- und Rotationskomponenten. Für einen Arbeitspunkt kann daher auch eine Steifigkeit bestimmt werden, die zur gleichen Deformation führt. Für die Berechnung von kritischen Drehzahlen ist dagegen die

Tangente an den Kraft/Wegverlauf im Arbeitspunkt wichtig. Je nach Zweck der Berechnung ist eine andere Steifigkeit zu wählen.

Wälzlagerberechnung nach DIN ISO 281 Beiblatt 4

DIN ISO 281 Beiblatt 4 [1] beschreibt eine Methode zur Berechnung der Wälzlagerlebensdauer unter Verwendung der Lagerinnengeometrie und unter allgemeiner Belastung. Es wird die Lastverteilung auf die Wälzkörper über die nichtlineare Steifigkeit zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen bestimmt. Für die Einfederung δ einer Kugel ergibt sich die Normalkraft Q auf die Kugel zu

$$Q = c_p \times \delta^{3/2} \text{ mit } c_p = \frac{\pi \times \sqrt{2}}{3} \times \frac{E}{1 + \nu_E^2} \times \left(K(\kappa_i) \times \sqrt[3]{\frac{\sum \rho_i}{\kappa_i^2 \times E(\kappa_i)}} + K(\kappa_e) \times \sqrt[3]{\frac{\sum \rho_e}{\kappa_e^2 \times E(\kappa_e)}} \right)^{-3/2}$$

Die Größen κ und ρ ergeben sich dabei aus der Innengeometrie des Lagers, für die neben der Wälzkörperdurchmesser und Wälzkörperanzahl auch die Krümmungsradien der Laufbahnen benötigt werden.

Bei Rollenlagern ergibt sich die Normalkraft Q eines Wälzkörpers der Länge L_{we} zu

$$Q = c_L \times \delta^{10/9} \text{ mit } c_L = 35948 \times L_{we}^{8/9}$$

Um die Neigungen im Lager und die Balligkeiten der Wälzkörper berücksichtigen zu können, wird das Wälzlager in mehrere Scheiben aufgeteilt (siehe Bild 1 rechts). Auf den Einfluss von Axiallasten, die zu einer ungleichförmigen Lastverteilung bei Rollenlagern führen wird in DIN ISO 281 Beiblatt 4 nicht eingegangen. Hierzu finden sich Angaben z.B. bei Harris [8].

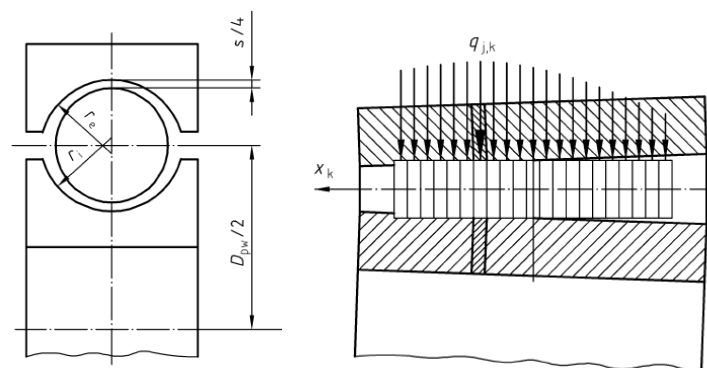


Bild 1: Modell eines Kugel- und Rollenlagers nach DIN ISO 281 Beiblatt 4 [1]

Bei gegebenen Verschiebungen und Rotationen können über Summation der Kräfte in den einzelnen Kontakten die resultierenden Lagerkräfte und Momente bestimmt werden. Wenn nicht diese Verschiebungen und Rotationen sondern die Lasten bekannt sind, muss eine Lösung iterativ bestimmt werden.

Bei der Berechnung der Lastverteilung muss neben den Radien für die Berechnung der Hertzschen Pressung auch das Lagerspiel berücksichtigt werden. Das Lagerspiel wiederum wird durch das anfängliche Lagerspiel, die Passungen an den Lagersitzen der Welle und des Gehäuses, sowie Wärmedehnungen beeinflusst.

Für das Gleichungssystem der Welle ergibt sich eine nichtlineare Gleichung für die Lagerkraft zu

$$\begin{bmatrix} F_x, F_y, F_z, M_x, M_z \end{bmatrix} = f(u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_z)$$

Um das Gleichungssystem z.B. mit einem Newton Verfahren zu lösen wird eine Steifigkeitsmatrix C für den aktuellen Zustand bestimmt.

$$\begin{bmatrix} F_x, F_y, F_z, M_x, M_z \end{bmatrix}^T = f(u_{x0}, u_{y0}, u_{z0}, \varphi_{x0}, \varphi_{z0}) + C \times \begin{bmatrix} \Delta u_x, \Delta u_y, \Delta u_z, \Delta \varphi_x, \Delta \varphi_z \end{bmatrix}^T$$

Die Steifigkeitsmatrix ist im Normalfall voll besetzt. Eine Verkippung des radial belasteten Kugellagers um den Mittelpunkt bewirkt zum Beispiel eine Axialkraft, da das Axialspiel durch die radiale Verschiebung auf der Lastseite kleiner als auf der gegenüberliegenden Seite wird. Falls nicht

mit Inkrementen von Verschiebungen gerechnet wird, sondern nur eine lineare Berechnung durchgeführt werden kann, so lässt sich die Gleichung umschreiben zu

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_z \end{bmatrix}^T = f(u_{x0}, u_{y0}, u_{z0}, \varphi_{x0}, \varphi_{z0}) - C \times \begin{bmatrix} u_{x0} \\ u_{y0} \\ u_{z0} \\ \varphi_{x0} \\ \varphi_{z0} \end{bmatrix}^T + C \times \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ \varphi_x \\ \varphi_z \end{bmatrix}^T$$

Auf diese Weise lässt sich jeder Algorithmus für eine Wellenberechnung nutzen, der eine Definition der Steifigkeit zulässt. Zusätzlich zur Steifigkeit wird eine äussere Last vorgegeben und das System wird iterativ berechnet. Bei der Lösung muss beachtet werden, dass die Lagersteifigkeit in der Ausgangskonfiguration ohne Verschiebungen Null ist, und dass bei der Berechnung der Steifigkeit für zu grosse Verschiebungen, die sich während der iterativen Lösung ergeben könnten, Probleme auftreten können. Wenn die Verschiebung während der Iterationen grösser als die Wälzkörperdurchmesser wird, liefern die Gleichungen unerwartete Resultate. Um beiden Sonderfällen aus dem Wege zu gehen, hat es sich bewährt, für die Iteration anfänglich eine Steifigkeit parallel zu schalten.

Mit den Belastungen der einzelnen Wälzkörper kann nach DIN ISO 281 Beiblatt 4 [1] die nominelle Referenz-Lebensdauer L_{10r} sowie die modifizierte Referenz-Lebensdauer L_{nmr} berechnet werden, wobei L_{nmr} auch die Faktoren a_1 und a_{DIN} für die Ausfallwahrscheinlichkeit und den Einfluss der Schmierung enthält.

Woher bekommt man nun die Lagerdaten für die Berechnung mit der inneren Lagergeometrie? Für einzelne Lager kann man die Information von den Lagerherstellern erfragen. Da die Resultate mit ungefähren Daten immer noch sehr viel besser als mit starren Lagern sind, lassen sich die Daten auch aus den Katalogdaten abschätzen. Nach ISO281 [3] und ISO76 [4] hat man zwei Gleichungen für die Tragzahlen C und C_0 , woraus die zwei Parameter Anzahl Wälzkörper Z und Wälzkörperdurchmesser D_w bestimmt werden können, wenn man von den Standardwerten für die Laufbahnkrümmungen nach den Normen ausgeht (siehe dazu auch [11]). Bei Rollenlagern kommt die Wälzkörperlänge L_{we} hinzu. Hier kann nur eine Abschätzung aus der Breite des Lagers erfolgen.

Berechnung einer Welle mit Radiallagern mit grossem Druckwinkel

Radiallager mit grossem Druckwinkel wie Schrägkugellager oder Kegelrollenlager können nicht rein radial belastet werden. Es ergibt sich durch die Richtung der Normalkräfte auf die Wälzkörper immer auch eine Axialkraft. In Lagerkatalogen oder in [7] wird diese Axialkraft, die durch die Radialkraft erzeugt wird, zu $F_a = 0.5 \times F_r / Y$ angegeben. Weiterhin wird das Lager für die Berechnung der Radiallasten von der geometrischen Position in den Druckmittelpunkt verschoben. Für die Wellenberechnung mit Schrägkugellagern gibt es vier Möglichkeiten für die Modellierung der Lager:

1. Die Lager werden als Randbedingung am geometrischen Mittelpunkt berücksichtigt
2. Die Lager werden im Druckmittelpunkt berücksichtigt
3. Die Lager werden am geometrischen Mittelpunkt mit einer zusätzlichen Biegemomentenleitung berücksichtigt
4. Die Lager werden am geometrischen Mittelpunkt mit nichtlinearer Steifigkeit berücksichtigt.

Der erste Fall ist am einfachsten in der Berechnung zu berücksichtigen. Es ergeben sich allerdings die falschen Lagerkräfte.

Die Verschiebung der Lager in den Druckmittelpunkt, benötigt nur eine zusätzliche Information über die Lage desselben, die in den Lagerkatalogen zu finden ist. Die Lagerkräfte werden richtig berechnet, allerdings erfolgt die Lastenleitung in die Welle an der falschen Stelle. Der Druckmittelpunkt kann an der anderen Seite eines Wellenabsatzes sein, wodurch sich die Nennspannungen am Absatz zu Null ergeben können. Bei Lagern in O-Anordnung kann es passieren, dass die Druckmittelpunkte ausserhalb der Welle sind. Bei einer X-Anordnung mit aufeinander fallenden Druckmittelpunkten ist eine Berechnung wegen einer fehlenden Randbedingung nicht möglich. Die Durchbiegung wird bei starren Lagern an den Druckmittelpunkten zu Null gesetzt, was nicht der Realität entspricht, wie aber starre Lager auch.

Die richtigen Lagerkräfte am richtigen Ort kann man auch erhalten, wenn man die Lager am geometrisch richtigen Ort belässt und zusätzlich ein Biegemoment berücksichtigt (siehe dazu auch [10]). Wenn man davon ausgeht, dass die Lagerkraft durch den Druckmittelpunkt verläuft, dann kann sie auch entlang ihrer Wirkungslinie zur geometrischen Lagerposition verschoben werden. Die nun exzentrisch wirkende Axiallast bewirkt ein Biegemoment auf die Welle. Dieses Vorgehen liefert die gleichen Lagerkräfte und die Kräfteverläufe sind gleich ausser innerhalb des Bereiches zwischen Lagermittelpunkt und Druckmittelpunkt. Solange der Druckmittelpunkt innerhalb der Lagerbreite liegt, machen sich die Unterschiede zwischen Variante 2 und 3 kaum bemerkbar. In Bild 2 ist der Momentenverlauf nach Variante 3 abgebildet. Bei Variante 2 mit den Lagern im Druckmittelpunkt, wären die negativen Biegemomente gleich Null, die Wellenabsätze daher kräftefrei.

Ein neues Problem hat sich mit dieser dritten Berechnungsvariante gezeigt. Wenn ein Schrägkugellager mit 40° Druckwinkel in X-Anordnung an einem Wellenabsatz liegt, ergibt sich am Wellenabsatz ein relativ grosses Biegemoment. Es ergeben sich daher teilweise kleine rechnerische Sicherheiten am Wellenabsatz. In der Realität wird die Axialkraft nicht in der Mitte des Lagers eingeleitet, sondern durch den Kontakt Innenring zu Wellenschulter (abgesehen von einem reibschlüssig eingeleiteten Anteil). Das Biegemoment wird also genau am Absatz eingeleitet und es liegt gar kein ausgebildeter Biegespannungszustand im Kerbgrund vor, wodurch aber auch eine Berechnung mit Nennspannungen an dieser Stelle eigentlich nicht möglich ist. Um diesen Fall genau zu berechnen, müsste man eine FE Berechnung durchführen.

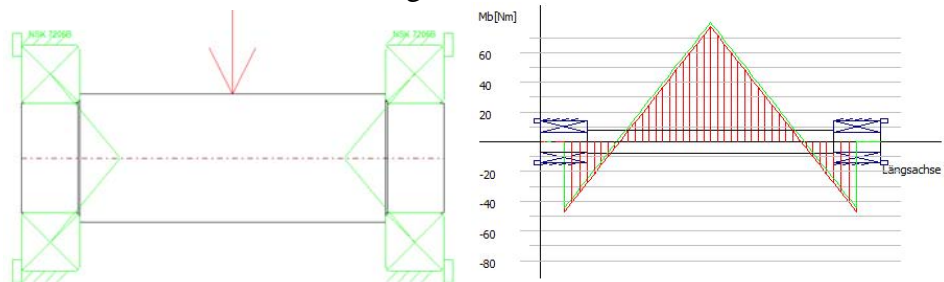


Bild 2: Biegemomentenverlauf für die Varianten 3 (untere Linie) und 4 (obere Linie)

Die vierte Variante ist die Berechnung mit den nichtlinearen Steifigkeiten an der Stelle des geometrischen Lagerortes. Dies liefert einen Biegemomentenverlauf wie in Variante 3, zusätzlich ist aber auch der Druckwinkel lastabhängig korrekt berücksichtigt und die Steifigkeiten ergeben sich automatisch. Die kleine Abweichung des Biegemomentenverlaufes in Bild 2 zwischen Variante 3 und 4 ist abhängig von der Belastung und sie ist desto grösser, je grösser die Last, da sich der Druckwinkel unter Last ändert. Für die Festigkeitsberechnung der Welle ergibt sich das gleiche Problem wie bei Variante 3, falls der Druckmittelpunkt ausserhalb des Lagers liegt.

Einfluss der nichtlinearen Steifigkeit an Beispielen

Der Einfluss der Lagersteifigkeit auf das Verhalten der Welle wird im Folgenden an verschiedenen Beispielen gezeigt. Die Auswahl ist zunächst beschränkt auf Schrägkugellager und Zylinderrollenlager.

Schrägkugellager mit unterschiedlicher Vorspannkraft

Schrägkugellager werden eingesetzt, wenn steife Lagerungen benötigt werden. Durch eine axiale Vorspannung wird die Steifigkeit des Systems erhöht. Eine zu hohe Vorspannkraft ist dabei nicht gewünscht, da sie einerseits die Reibung erhöht und andererseits die Lagerlebensdauer herabsetzt.

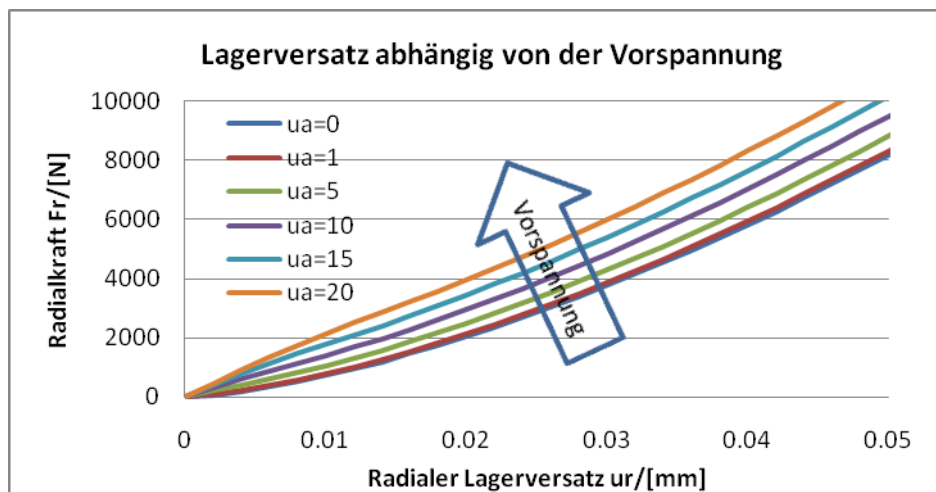


Bild 3: Der radiale Lagerversatz für ein Schrägkugellager 7208E in Abhängigkeit der Vorspannung u_a in μm

In Bild 3 ist die Abhängigkeit der Steifigkeit von der Vorspannung gezeigt. Die Vorspannung wird durch einen axialen Versatz (u_a in μm) zwischen Innen- und Aussenring aufgebracht. Bei gleicher Radiallast ergeben sich nun unterschiedliche radiale Lagerverschiebungen. Bei einer Last von 2000N ist die Lagerverschiebung um 50% reduziert, wenn die Vorspannung von $1\mu\text{m}$ auf $20\mu\text{m}$ erhöht wird. Bei grösseren Radiallasten sind die Kraft-/Wegverläufe dann parallel.

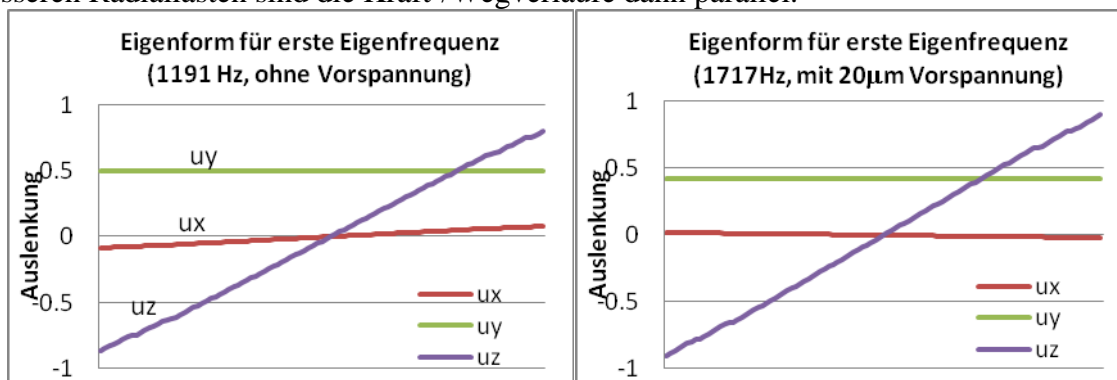


Bild 4: Eigenformen und Frequenzen für unterschiedliche Lagervorspannung eines Schrägkugellagers 7206B. (Belastung wirkt in z-Richtung, Achse ist in y-Richtung)

Die durch Vorspannung erhöhte Steifigkeit lässt sich auch an den Eigenfrequenzen erkennen. In Bild 4 ist die Eigenform und Eigenfrequenz für die Welle nach Bild 2 für zwei verschiedene Vorspannungen dargestellt. Die Frequenz hat sich bei der starken Vorspannung wesentlich erhöht und der Anteil der axialen Bewegung in der Eigenform ist etwas gesunken.

Als ganzes ist die Eigenform in Bild 4 ungewöhnlich für eine klassische Wellenberechnung. Hier sind Axial- und Biegeschwingungen gekoppelt. Wenn sich die Welle axial auf ein Lager zu bewegt, dann wird sie sich aufgrund der Laufbahn des Lagers auch entgegengesetzt der Lastrichtung bewegen müssen. Beim zweiten Lager wird durch die axiale Entlastung das Radialspiel erhöht und die Welle kann sich weiter in Lastrichtung bewegen. So kommt es durch axiale Schwingungen auch zu einer Kippbewegung in radialer Richtung.

Spindellagerpakete

In Werkzeugmaschinen werden oft mehrere Spindellager nebeneinander eingesetzt. Mit der Annahme starrer Lager lassen sich die Lagerkräfte auch schon einer einfachen Tandem-Anordnung nicht berechnen, da durch die kleinste Neigung der Welle hohe Reaktionskräfte in den starren Lagern entstehen. Entweder muss hier eine Steifigkeit für jedes Lager berücksichtigt werden, oder für die

Berechnung der Welle wird ein einzelnes Lager verwendet, und die Last wird später in der Lagerberechnung auf die Einzellager aufgeteilt.

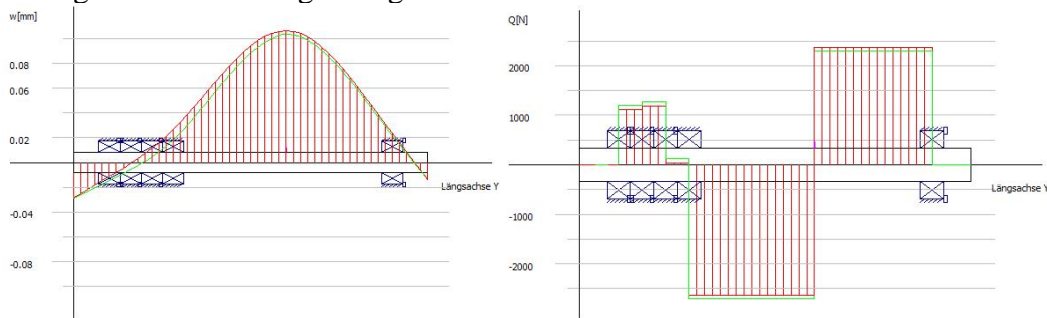


Bild 5: Durchbiegung und Querkraftverlauf für ein Spindellagerpaket berechnet mit Berücksichtigung der inneren Lagergeometrie

Bei einer geeigneten Wahl der Lagersteifigkeiten ergibt sich aber auch mit einfachen Federelementen die gleiche Lösung, wie mit der Berücksichtigung der inneren Lagergeometrie. Ein Beispiel dazu ist mit der Biegelinie und dem Querkraftverlauf in Bild 5 angegeben. Der Zusatzaufwand ist aber das Bestimmen der lastabhängigen Steifigkeit.

Momentenaufnahme bei Zylinderrollenlagern

Zylinderrollenlager sind empfindlich gegenüber einer Neigung der Welle. Es sinkt aber nicht nur die Lagerlebensdauer bei einer Neigung sondern das Lager setzt einen Widerstand dagegen. Es ergibt sich ein Reaktionsmoment des Zylinderrollenlagers, das die Aufteilung der Lagerkräfte ändert.

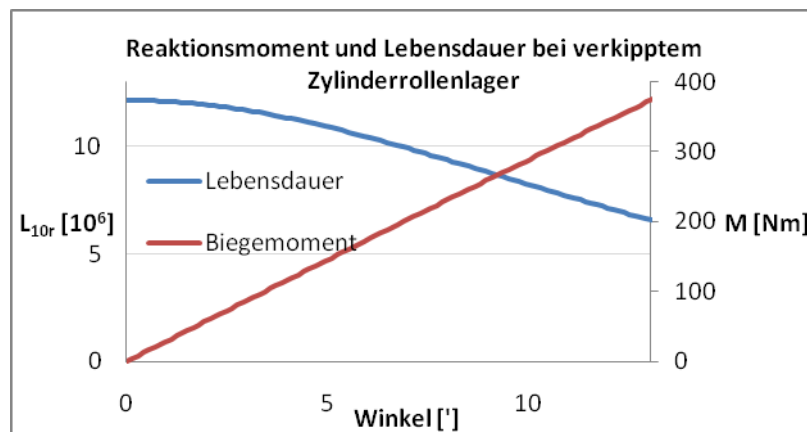


Bild 6: Auswirkung einer Verkipfung auf Lebensdauer und Reaktionsmoment eines Zylinderrollenlagers NU226 ($F_r = 200 \text{ kN}$)

In den Lagerkatalogen wird oft eine Grenze für die Neigung eines Zylinderrollenlagers mit 2-4 Winkelminuten angegeben. In Bild 6 ist erkennbar, dass sich bei einer Neigung von 2 Winkelminuten fast keine Reduktion der Lagerlebensdauer ergibt.

Planetenlagerung mit Nadellager

Planeten oder Losräder in Schaltgetrieben sind oft mit Nadellagern gelagert. Hier kann auch nur ein einzelnes Lager eingesetzt werden. Bei geradzahnten Zahnrädern ist die Lagerbelastung direkt gegeben, aber was tut man bei schrägverzahnten Zahnrädern? Ein Biegemoment kann mit nur einem als punktförmig angenommenen Lager nicht aufgenommen werden. Als Abhilfe kann man für die Rechnung statt eines Lagers zwei Lager halber Breite verwenden, dies wäre eine grobe Näherung. Oder es wird mit dem Scheibenmodell für das Lager nach DIN ISO 281 Beiblatt 4 gearbeitet, das viele schmale Scheiben verwendet (vgl. Bild 1). Damit nimmt das Einzellager auch ein Biegemoment auf und die Lebensdauer wird unter Berücksichtigung der Randspannungen berechnet.

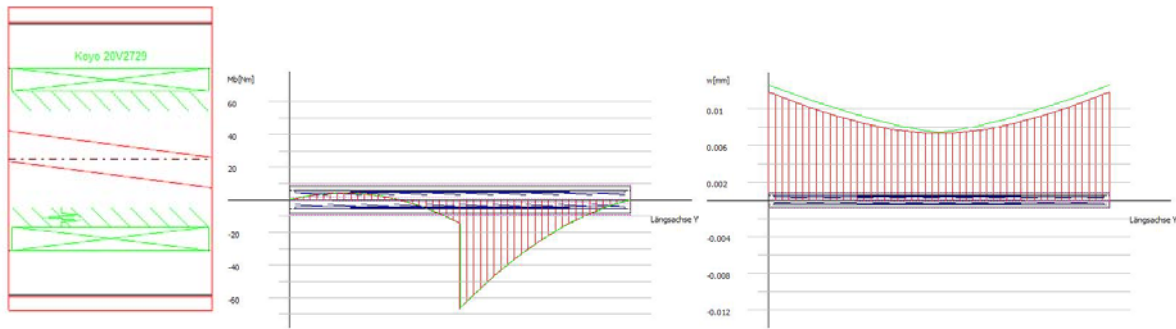


Bild 7: Planetenradlagerung mit Nadelkranz, Biegemomentenverlauf und Durchbiegung

In Bild 7 ist die Biegelinie und der Biegemomentenverlauf einer Berechnung eines Planetenrades mit einem Nadelkranz angegeben. Es wird auch wieder ein Vergleich zwischen der Berechnung mit innerer Lagergeometrie und angenommenen Steifigkeiten eines Punktlagers in der Abbildung gezeigt. Da in der Berechnung Lager immer noch als punktförmig angenommen werden, gibt es einen Momentensprung in der Mitte des Lagers. In Realität ergibt sich dagegen eine Streckenlast mit einem trapezförmigen Verlauf. Auch die Durchbiegung hat ein Minimum an der Lagerposition und sie weist grössere Werte an den Rändern auf. Bessere Ergebnisse könnten mit einer Berücksichtigung der Lagerbreite in der Wellenberechnung erzielt werden. Dies setzt aber auch elastische Lagerringe voraus, was über die Berechnung nach DIN ISO 281 Beiblatt 4 hinausgeht. Mit dieser Berechnung lässt sich zumindest eine Aussage über den Biegewinkel (hier knapp zwei Bogenminuten) und auch eine Lebensdaueraussage für das Lager machen.

Mehrfachlagerung mit unterschiedlichem Radialspiel

Bei sehr langen Wellen oder auch in Fahrzeuggetrieben werden häufig mehr als zwei Lager eingesetzt. Dies ist erforderlich um die Durchbiegung der Welle zu beschränken. Um die Lastverteilung auf die Lager zu beeinflussen, können Lager mit unterschiedlichem Radialspiel eingesetzt werden. Um die Auswirkung des Lagerspiels beurteilen zu können, muss die Berechnung das innere Lagerspiel berücksichtigen, dass auch von Passungen und Temperatur im Betrieb abhängt.

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurden verschiedene Anwendungsbeispiele aufgezeigt, bei denen die Berücksichtigung der lastabhängigen, nichtlinearen Lagersteifigkeit für die Berechnung der Welle Vorteile bringt. Der Einfluss von Effekten wie Vorspannkraft, Neigung der Welle oder unterschiedliches Lagerspiel bei Mehrfachlagerungen lassen sich überhaupt erst damit untersuchen. Da die Berechnung der nichtlinearen Steifigkeit sehr aufwendig ist, muss es auf numerischem Wege erfolgen, wozu z.B. KISSsoft ein bedienerfreundliches Werkzeug liefert.

Nach der ersten Version der KISSsoft Wellenberechnung mit Berücksichtigung der inneren Lagergeometrie werden weitere Effekte wie z.B. der Fliehkrafteinfluss ergänzt, und es ist geplant die Berechnung von koaxialen Wellen auszudehnen auf beliebige Systeme von gekoppelten Wellen. Ausserdem wird die Anzahl der unterstützten Lagertypen weiter erweitert.

Literatur

- [1] DIN ISO 281 Beiblatt 4 (2003): Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer – Verfahren zur Berechnung der modifizierten Referenz-Lebensdauer für allgemein belastete Wälzlager
- [2] ISO/CD TS 16281 (under development): Rolling bearings – Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings

- [3] ISO 281 (2007): Rolling bearings – Dynamic load ratings and rating life
- [4] ISO 76 (2006): Rolling bearings – Static load ratings
- [5] DIN 743 (2000): Tragfähigkeitsnachweis von Wellen und Achsen
- [6] Forschungskuratorium Maschinenbau: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile; VDMA Verlag, Frankfurt/Main; 5. Auflage 2003
- [7] Brändlein, Eschmann, Hasbargen, Weigand: Die Wälzlagerpraxis; Vereinigte Fachverlage GmbH, Mainz; 3. Auflage 1998
- [8] T. A. Harris: Rolling Bearing Analysis; John Wiley & Sons Inc., New York; Fourth Edition 2001
- [9] Gross, Hauger, Schnell, Wriggers: Technische Mechanik 4; Springer Verlag; 4. Auflage 2002
- [10] KISSsoft AG: Handbuch zur Berechnungssoftware für den Maschinenbau; www.KISSsoft.ch; 2006
- [11] M. Breuer: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Wälzlagersteifigkeit; Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1, Nr. 241; VDI-Verlag GmbH 1994