

Festigkeitsberechnung von Wellen und Achsen

1. STAND DER NORMUNG

Wellen und Achsen sind sehr wichtige und häufig vorkommende Elemente in der Maschinenkonstruktion. Die Kontrolle auf Dauerfestigkeit und statische Sicherheit dieser Bauteile ist somit eine wichtige Angelegenheit. Umso erstaunlicher ist deshalb, dass seit Jahrzehnten im Bereich der Normung der entsprechenden Rechenmethoden keinerlei Fortschritte erreicht werden.

Die einzige zur Zeit gültige Norm im deutschen Sprachbereich ist die VDI-Richtlinie 2226/2227 [1] aus dem Jahre 1965. Diese Norm ist in der Anwendbarkeit sehr eingeschränkt. Verglichen mit der bereits 1965 existierenden Fachliteratur (wie z.B. Hänchen + Decker [2]) umfasst sie zu wenige Kerbarten und kann im Maschinenbau nur eingeschränkt verwendet werden. In der Praxis wird deshalb heute selten nach der VDI 2226 gerechnet, verwendet werden mehrheitlich Methoden, die auf anerkannter Fachliteratur ([2], [3], [4]) beruhen. Dies fördert natürlich eine gewisse Unsicherheit und erschwert die Arbeit von Abnahme- und Kontrollinstanzen sehr. Im Vergleich mit der detaillierten Normierung der Berechnung von anderen wichtigen Maschinenelementen wie Zahnräder (DIN 3990, ISO 6336) oder Schrauben (VDI 2230) besteht bei Wellen ein grosser Nachholbedarf.

Zur Zeit sind nun gleichzeitig zwei Normentwürfe in Arbeit. Ausgehend von ehemaligen DDR-Normen und neuen Erkenntnissen der Werkstatttheorie ist eine FKM-Richtlinie [5] (FKM: Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt) entstanden, die voraussichtlich als Basis für eine neue VDI-Richtlinie dient. Die FKM-Richtlinie ist komplex (ca. 175 Seiten Umfang mit zusätzlich 400 Seiten Kommentar), sie erlaubt nebst der klassischen Dauerfestigkeitsberechnung auch die Berechnung der Zeitfestigkeit und Lebensdauer sowie die Berücksichtigung von Lastkollektiven und deckt diverse spezielle Probleme ab (z.B. Betriebs-Temperaturen über 100 Grad). Für eine Nachrechnung von Hand ist die Methode nicht geeignet; sie übersteigt auch die Anforderungen des Durchschnitt-Konstrukteurs.

Gleichzeitig liegt der Entwurf einer DIN-Norm 743 „Tragfähigkeit von Wellen und Achsen“ [6] vor. Diese Berechnungsmethode bringt in übersichtlicher Form und in nachvollziehbarer Komplexität (40 Seiten Umfang inklusive Beispiele) einen gut brauchbaren Algorithmus für den Konstrukteur.

2. DIE BERECHNUNG NACH DIN 743

Der Entwurf der DIN 743 berücksichtigt neueste Erkenntnisse für die Berechnung von Wellen und beinhaltet einige bestechende Details, die in der bisherigen Literatur und Normung nicht zusammenfassend dokumentiert sind:

- Konsequente Unterscheidung zwischen den verschiedenen Belastungsarten (Zug/Druck, Biegung, Torsion) und je zwischen Mittelspannung und Spannungsamplitude.
- Oberflächenverfestigung: Der Einfluss auf die Festigkeit bei Einsatz von thermischen Verfahren (Nitrieren, Einsatzhärten) und bei mechanischen Verfahren (Kugelstrahlen, Rollen) ist dokumentiert.
- Kerbfaktoren: Nebst den in allen Fachbüchern erwähnten üblichen Kerbfaktoren finden sich Angaben für Konstruktionselemente, die heute viel verwendet werden, bisher aber schlecht dokumentiert waren, wie Absatz mit Freistich, Presssitz mit Entlastungskerbem oder Rechtecknuten (Einstiche für Seegeringe). Alle Kerbfaktoren sind sowohl für Zug/Druck, für Biegung und für Torsion angegeben.

- Werkstoffe: Umfangreiche Liste von Werkstoffen, sowie eine Anleitung für die Ableitung von Schätzwerten für nicht dokumentierte Stähle.

Die wesentlichsten Einschränkungen der DIN 743 sind:

- Die Belastung durch Scherung (Querkräfte) wird nicht berücksichtigt. Dies ist ausser bei Wellen mit sehr kurzem Lagerabstand kein Nachteil.
- Die Berechnung ermittelt die Sicherheit gegen bleibende Verformung und gegen Dauerbruch, eine Zeitfestigkeitsberechnung ist jedoch nicht möglich. Daraus folgt, dass Lastkollektive nicht berücksichtigt werden können. Bei Lastkollektiven müsste vorgängig aus dem Kollektiv eine schädigungsgleiche Amplitude bestimmt werden.
- Nur für Stähle und Betriebstemperaturen zwischen -40°C und $+150^{\circ}\text{C}$.
- Die Angaben zu den erforderlichen Mindest-Sicherheiten sind recht dürftig. Die Anforderungen an die Sicherheit bei lebenswichtigen Bauteilen sollte quantifiziert sein.

3. BERECHNUNGSPROGRAMME

Die Berechnungsprogramme für den Maschinenbau KISSsoft [7] verfügen neben vielen anderen Berechnungen von Maschinenelementen seit 1985 auch über Festigkeitsberechnungen von Wellen, Achsen und Trägern.

Das Programm erlaubt für Wellen, Achsen, Träger (mit beliebiger Lagerung und räumlich angreifenden Belastungen) die Nachrechnung, Optimierung, Auslegung von:

- Lagerreaktionen und Durchbiegung (dreidimensional)
- Festigkeit (statische Festigkeit und Dauerfestigkeit)
- Biegekritische, torsionskritische Drehzahlen und Knickung
- Wälzlager (alle Bauarten) und Gleitlager
- Deformationen, CAD-Schnittstellen (DXF), Gewichte usw.

Ein wesentliches Konzept von KISSsoft sind die globalen Eingabedaten für alle Berechnungsprobleme. Die oben aufgezählten Berechnungen benötigen gleiche oder sehr ähnliche Eingabedaten. Die Berechnung der Durchbiegung erfordert beispielsweise die Eingabe der Wellengeometrie, der Art und des Ortes der Lagerung und die Angabe der äusseren Kräfte. Für eine Festigkeitsberechnung oder für die Bestimmung der biegekritischen Drehzahl sind dieselben Eingaben notwendig.

Zur Berechnung der resultierenden Lagerkräfte für eine Wälzlager-Lebensdauerbestimmung sind nochmals die gleichen Eingaben gefordert, mit der Einschränkung, dass die Wellendurchmesser nur in den Lagerstellen bekannt sein müssen. Für ein komfortables Programmsystem besteht deshalb die wichtige Anforderung, dass einmal definierte Daten in allen Programmteilen verwendet werden können (**Abbildung 1**). Von Wälzlagerhersteller sind beispielsweise ausgezeichnete Programme erhältlich, um Wälzlager nachrechnen zu können. Die Verwendung eines solchen Einzelprogrammes ist in Ordnung, wenn die Wälzlagerberechnung das einzige auftretende Berechnungsproblem im Bereich Wellen/Lager ist. In der Praxis interessiert aber häufig eine Kombination von Fragen, z.B. die Lagerlebensdauer und die Wellenfestigkeit. Dann ist der Zeitbedarf einfach zu gross, wenn die gleichen Daten in zwei verschiedenen Programmen eingegeben werden müssen.

Diese Grafik ist online nicht verfügbar

Abbildung 1: Vernetzung der Berechnungsmodule im Programmsystem KISSsoft

Die Optimierung der Wellendimensionen durch ein Hin- und Herspringen zwischen den verschiedenen Berechnungen ist nur möglich, wenn in der Software ein solches einheitliches Datenkonzept integriert ist.

3.1. Wellen-Eingabe

KISSsoft ist seit kurzem als Windows-Version [8] durchgängig verfügbar. Nach den Zahnradberechnung und Maschinenelementen ist nun als letzter Teil die Wellen- und Lagerberechnung mit wesentlichen Erweiterungen gegenüber der DOS-Version realisiert. Die grafische Eingabeoberfläche erlaubt das Aktivieren von Formelementen durch Anklicken, wobei dann die Eigenschaften editiert (**Abbildung 2**) oder direkt durch Ziehen der entsprechenden „Grip“-Punkte verändert werden können. Die Anzahl der Formelemente (Zylinder, Konen, Profile) ist unbeschränkt, für Hohlwellen wird zusätzlich die Innenkontur eingegeben.

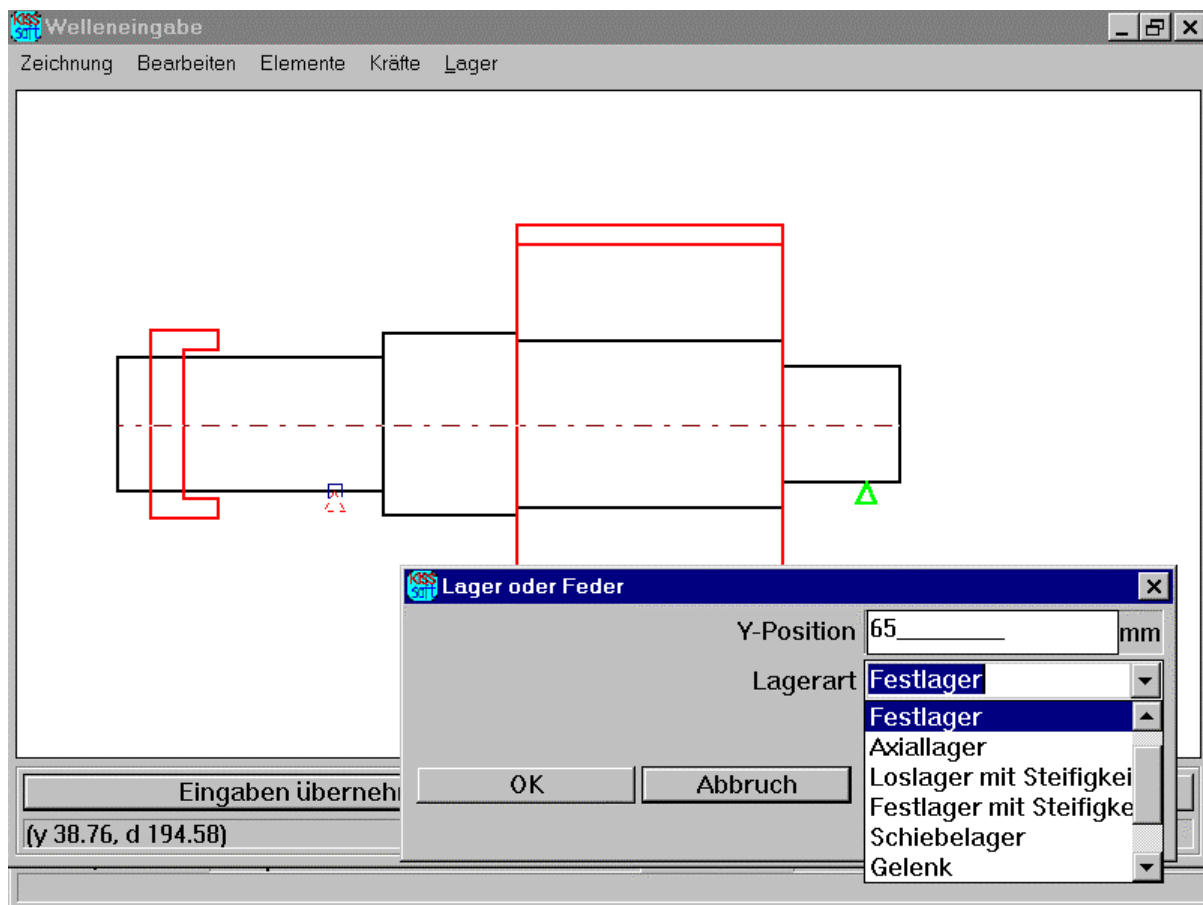


Abbildung 2: Softwareprogramm KISSsoft zur Festigkeitsberechnung von Wellen und Achsen

Die Anzahl der Lager ist beliebig, als Variante stehen Fest- und Loslager, elastische Lager, Axiallager und Gelenke zur Verfügung. Kräfte können auch ausserhalb der Welle angreifen und verfügen über Komponenten in den drei Dimensionen, der Kraftangriff kann punkt- oder linienförmig sein. Als sehr wirkungsvoll erweist sich die Eigenschaft, dass Maschinenelemente (Zahnräder, Riemenscheiben, magnetische Lasten, usw.) direkt als solche definiert und auf die Welle gesetzt werden können. Als Vorteil für den Benutzer entfällt damit das Bestimmen von Umfang- und Radialkräften, ausserdem werden beispielsweise bei Aenderung der Drehzahl oder des Drehsinnes die wirksamen Kräfte vom Programm sofort neu bestimmt. Im weiteren können die Daten dieser Elemente direkt aus dem Datensatz einer bereits ausgeführten Berechnung abgerufen werden.

Diese Vernetzung von Berechnungen ist sehr effizient und wird zusätzlich unterstützt durch das projektorientierte Ablegen der Daten, das in KISSsoft durchgängig zur Verfügung steht. Alle Daten

können wahlweise benutzer- oder projektorientiert abgelegt werden.

Eine Wellenkontur kann jederzeit über übliche Schnittstellen (DXF, VDA, HP-GL, etc.) an ein beliebiges CAD-System übertragen, beziehungsweise aus dem CAD übernommen werden. Eine noch engere Verbindung, bzw. eine eigentliche Implementation in ein CAD-System, ist über eine spezielle, featureorientierte Schnittstelle möglich. Auf diese Thematik wird in einem späteren Artikel besonders eingegangen werden.

3.2. Berechnungen

Eine einmal definierte Welle kann allen Berechnungsprogrammen übergeben werden. Dazu genügt es, die entsprechende Berechnung einfach aufzurufen, die Daten der aktuellen Welle werden dabei automatisch übergeben: **Abbildung 3** zeigt ein Resultat der Berechnung der Durchbiegung, sämtliche relevanten Daten (Biegelinie, Querkraft, Biegemoment, Drehmoment, Vergleichsspannung, usw.) können grafisch dargestellt und durch Markieren mit der Maus an definierbaren Stellen abgefragt werden. Bei der Berechnung wird natürlich auch das Eigengewicht und eventuelle Zusatzmassen berücksichtigt.

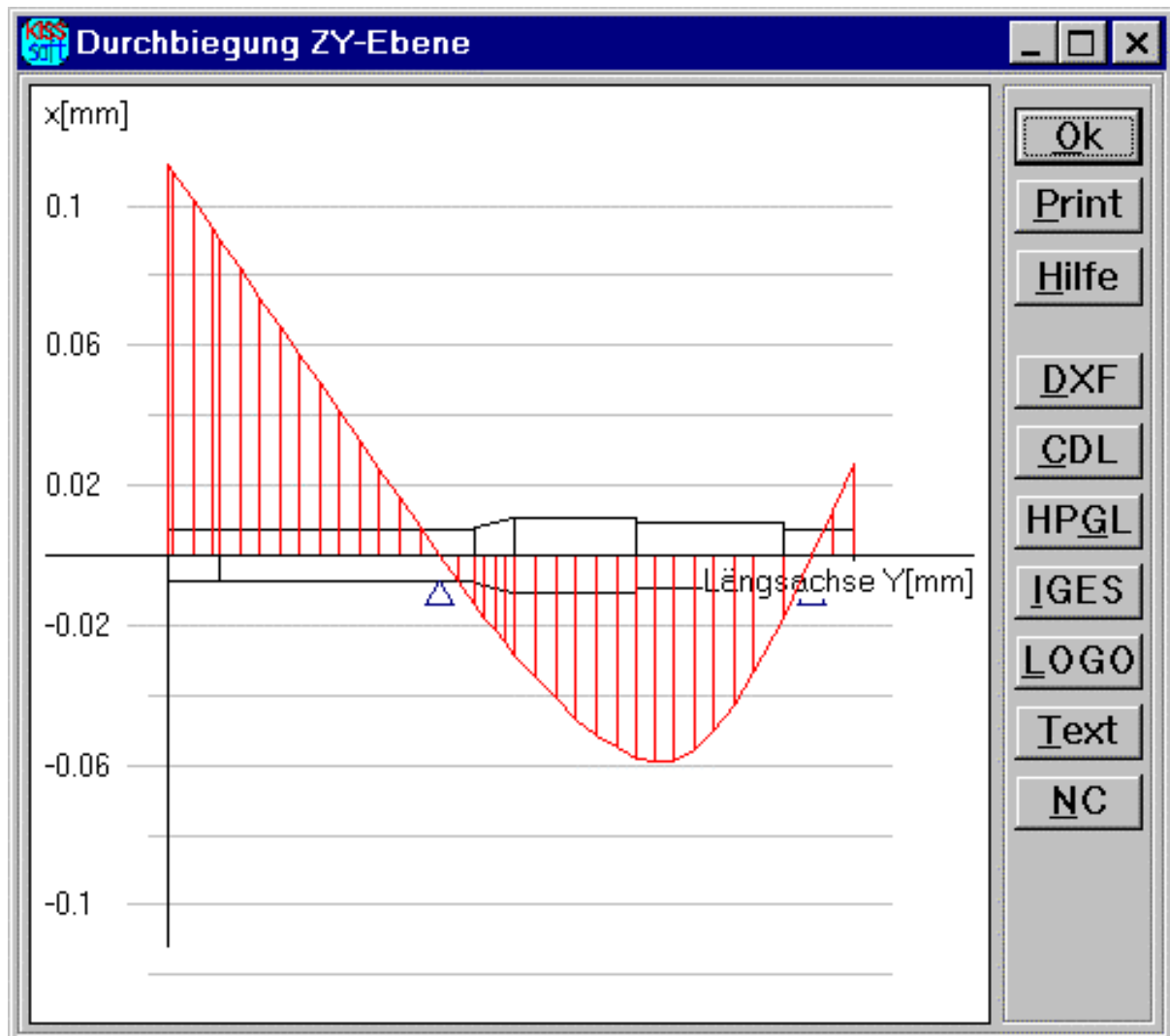


Abbildung 3: Berechnung der Durchbiegung (Darstellung der Biegelinie)

Die Berechnung der Biegeeigenfrequenzen (**Abbildung 4**) berücksichtigt auch die Versteifung der Welle bei grossen Schwungmassen durch den Kreiseffekt. Da bei der Wellen-Eingabe beliebig Zusatzmassen und Lagersteifigkeiten definiert werden können, kann das Schwingungssystem sehr fein modelliert werden. Dasselbe gilt ebenso für die Berechnung der Torsionsschwingungen. Die Knicklast einer Welle oder eines Trägers kann nicht nur für den Anlagenbau sondern beispielsweise auch für den Fahrzeugbau von Bedeutung sein. Hier kann wahlweise die Knickung durch Druckkräfte an den Enden (Anlagenbau) oder durch Ueberhöhung der angreifenden Axialkräfte ausgelöst werden.

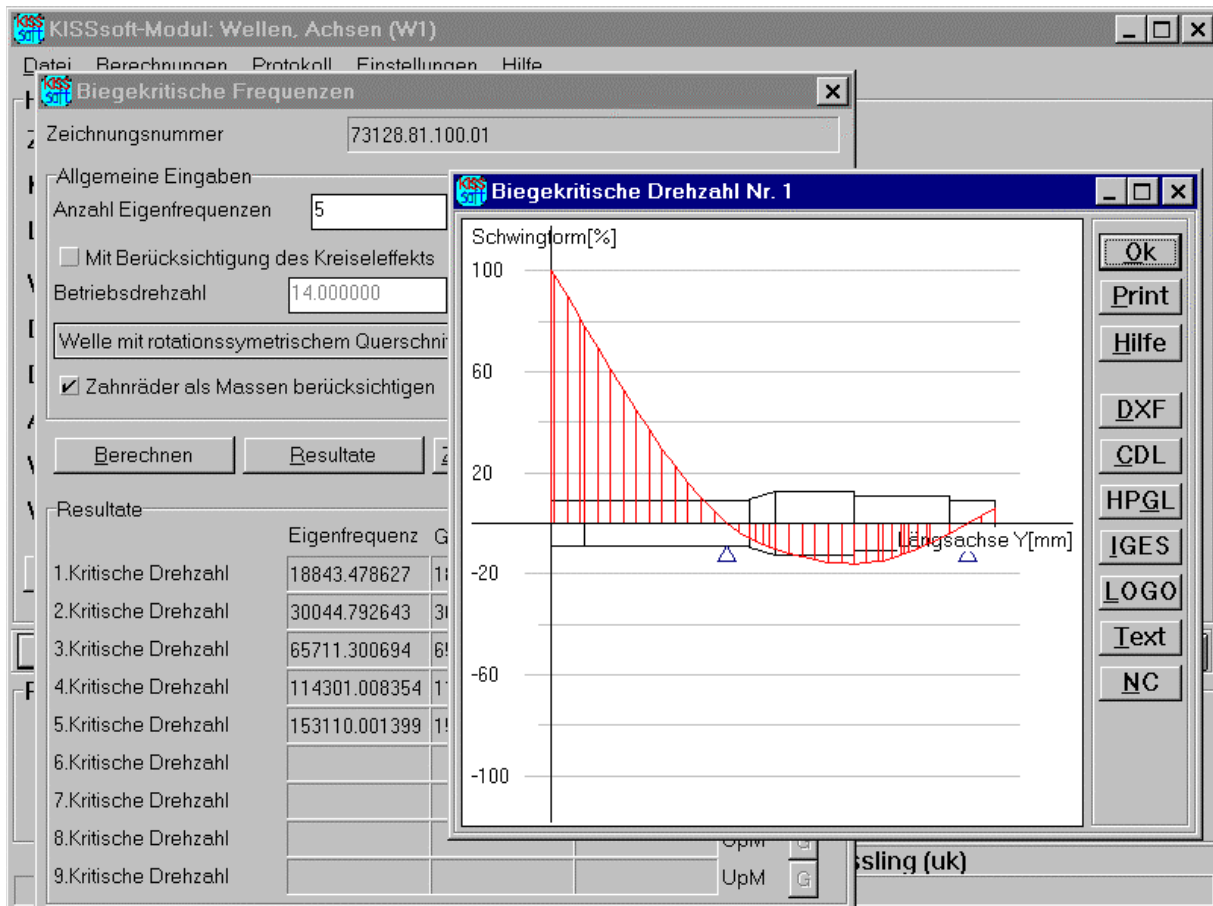


Abbildung 4: Berechnung der Biegeeigenfrequenzen (Darstellung der biegekritischen Drehzahl)

3.3. Festigkeitsberechnung

Für die Wellenfestigkeit können am Bildschirm mit der Maus diejenigen Querschnitte markiert werden, für die ein Tragfähigkeits-Nachweis gewünscht wird. Dabei ist die grafische Darstellung der Welle mit dem Verlauf der statischen Vergleichsspannung sehr hilfreich (Abbildung 5), weil damit die kritischen Bereiche sofort ersichtlich sind. Zur Auswahl stehen drei verschiedene Berechnungsmethoden (nach Hänchen/Decker [2], FKM-Richtlinie [5] oder DIN 743 [6]).

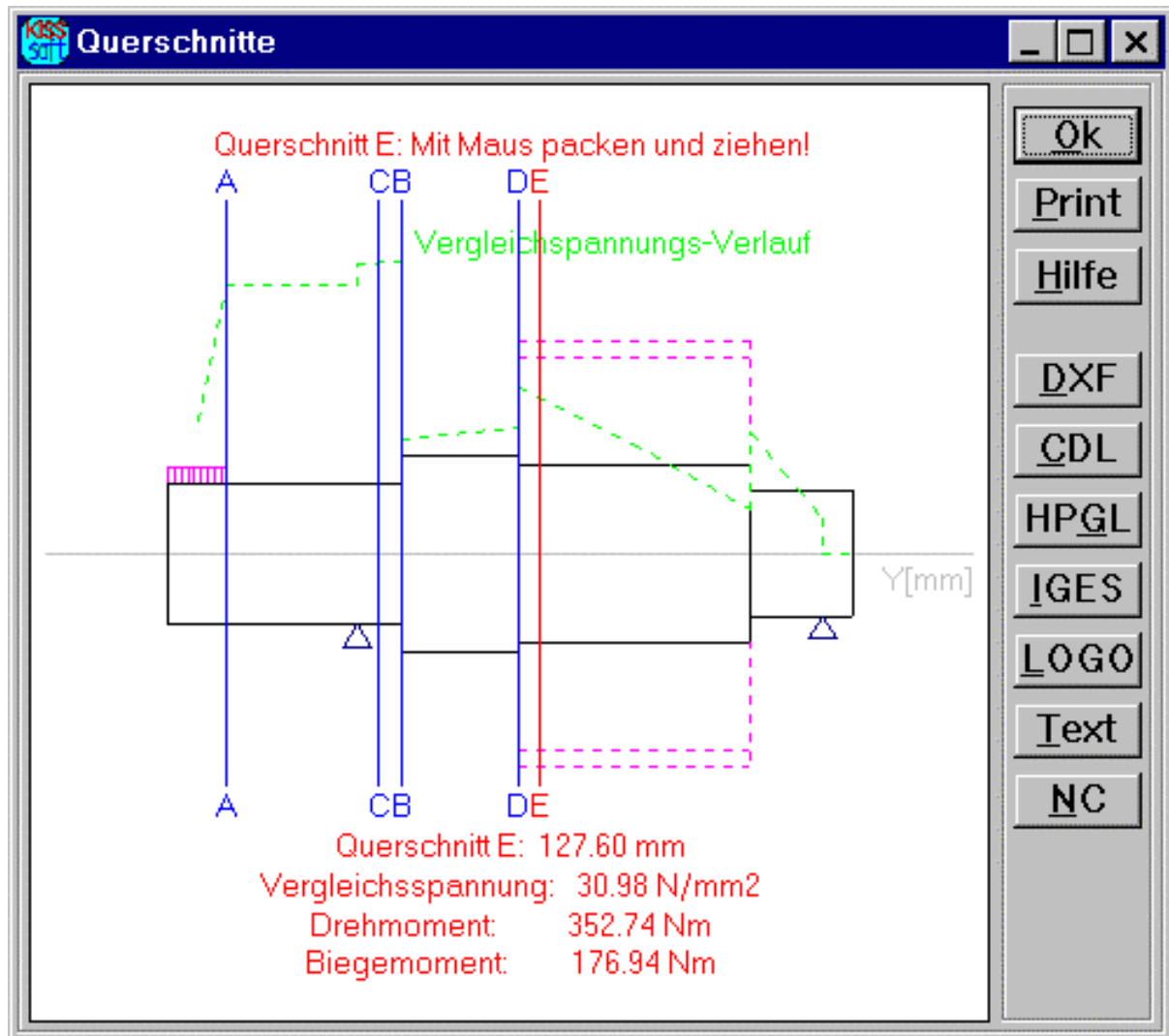


Abbildung 5: Markieren eines Querschnitts der Welle für die Festigkeitsberechnung

Durch einfaches Umstellen der gewählten Methode kann so innert Sekunden der Nachweis sowohl nach Hänchen/Decker und nach DIN 743 durchgeführt werden.

Ein Vergleich der berechneten Sicherheiten nach den beiden Methoden ist sehr wichtig. Für die Rechnung nach Hänchen/Decker sind gute Erfahrungswerte vorhanden. In unserer Firma sind seit 1965 circa 10'000 Getriebe-Abtriebswellen für Seil- und Sesselbahnen nach dieser Methode berechnet worden. Dies sind lebenswichtige Bauteile, da bei einem Bruch Menschenleben gefährdet werden. Durch den Vergleich der Resultate nach den beiden Rechenmethoden kann damit die erforderliche Mindest-Sicherheit bei Rechnungen nach DIN 743 bestimmt werden. Der Vergleich muss natürlich mit Belastungsfällen durchgeführt werden, für die beiden Methoden gut geeignet sind, beispielsweise Wechselbiegung mit Schwelltorsion. Abbildungen 6 zeigt ein solches Beispiel. Erste Erfahrungen in der Anwendung der DIN 743 ergeben durchaus positive Resultate.

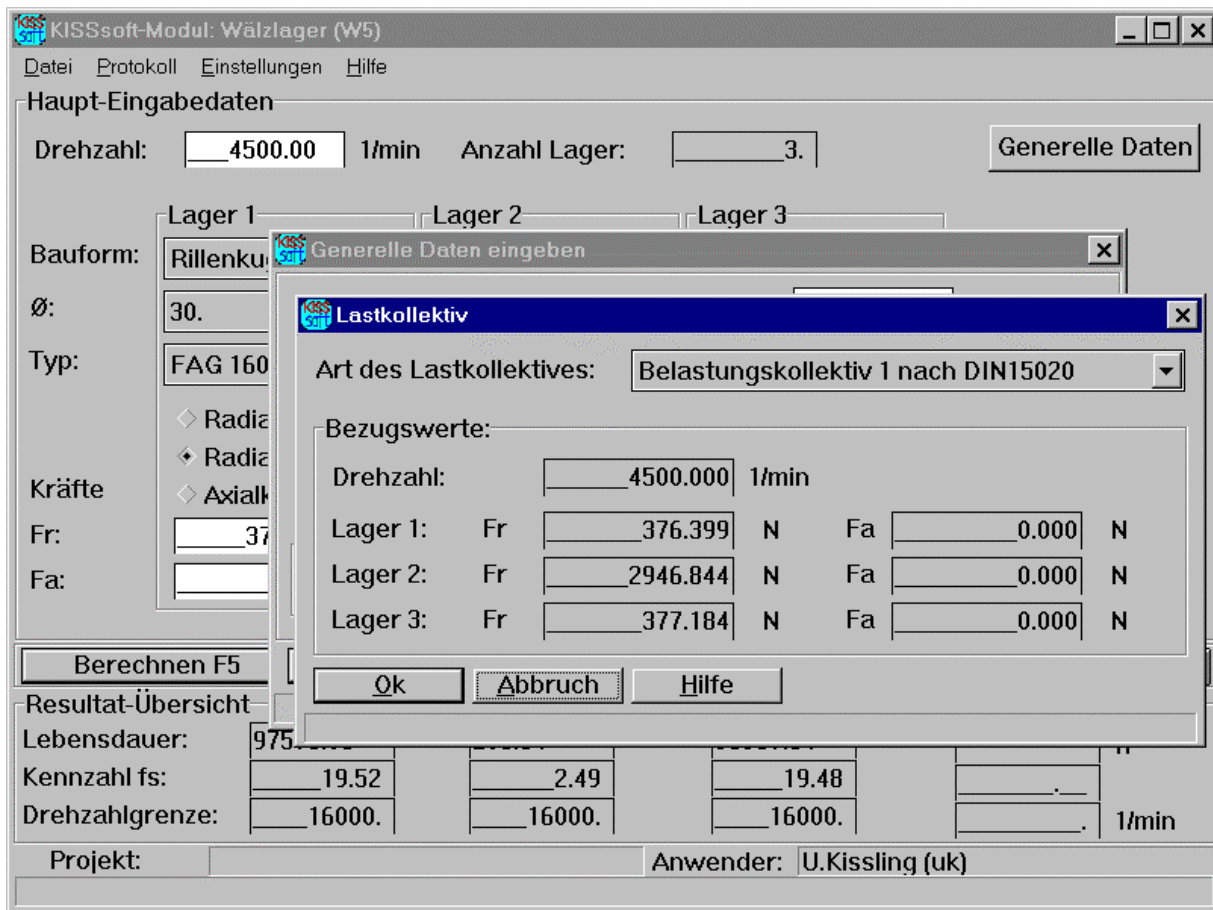


Abbildung 6: Berechnung mit Lastkollektiven (Wälzlager)

3.4. Lager

Die Wälzlagerberechnung ist auf Grund der bereits eingegebenen, bzw. berechneten, Daten (Lagerbelastung durch Radial- und Axialkräfte, Drehzahl, Lagerinnendurchmesser) sehr schnell durchführbar. Wird beispielsweise ein Zylinderrollenlager gewählt, findet automatisch auch eine Kontrolle statt, ob die für das entsprechende Lager zulässige Neigung der Welle nicht überschritten ist. Bei Anwahl einer Lagerbauform werden sofort sämtliche vorhandenen Lager des entsprechenden Durchmessers in der Auswahl-Liste angezeigt; die Datenbank enthält zurzeit über 3500 Lager von verschiedenen Herstellern (FAG, SKF, INA) und kann vom Benutzer ergänzt werden.

Als Erweiterung gegenüber der DOS-Version können nun auch Lastkollektive (Abb. 8) definiert werden. Die Berechnung erfolgt nach DIN ISO 281 und kann wahlweise auch die neueste Theorie der erweiterten Lebensdauer-Berechnung berücksichtigen. Aufgrund von Untersuchungen der Wälzlagerhersteller erhöht sich die Lebensdauer von Wälzlagern beträchtlich bei sauberem Schmierstoff und günstigen Betriebsbedingungen.

Mit KISSsoft können auch Gleitlager berechnet werden, zur Zeit ist die Berechnung von hydrodynamischen Radialgleitlagern nach zwei verschiedenen Methoden verfügbar: Nach DIN 31652 (besonders für langsam laufende Lager geeignet) sowie nach Niemann/Winter [9].

4. ZUSAMMENFASSUNG

Die neue Windows-Version der KISSsoft-Berechnungsprogramme erlaubt neben anderen Erweiterungen auch die durchgängige Festigkeitsberechnung von Wellen und Achsen nach dem

Entwurf DIN 743 (1996). Dieser Normentwurf enthält gegenüber bisherigen Rechenmethoden einige wichtige Erweiterungen und erlaubt dem Konstrukteur in nützlicher Frist einen kompletten Tragfähigkeits-Nachweis von Wellen durchzuführen. Für Spezialfälle, die nicht mehr durch die DIN 743 abgedeckt werden, muss die wesentlich komplexere FKM-Richtlinie beigezogen werden.

Der Autor möchte hier der Arbeit der DIN- und VDI-Kommissionen nicht vorgreifen, sondern hofft, zu einem baldigen Abschluss dieser sehr positiven Entwicklung beitragen zu können.

LITERATUR

- [1] VDI 2226, Empfehlung für die Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile;
VDI 2227, Festigkeit bei wiederholter Beanspruchung
- [2] R. Hänchen + K.H. Decker, Neue Festigkeitsberechnung für den Maschinenbau,
Carl Hauser, Verlag, 1967
- [3] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 18. Auflage, Springer Verlag 1995
- [4] K.H. Decker, Maschinenelemente, 10. Auflage, Carl Hanser Verlag, 1990
- [5] Festigkeitsnachweis, Vorhaben Nr. 154, FKM Heft 183-1, 1994, Frankfurt
- [6] DIN 743, Tragfähigkeit von Wellen und Achsen, Teil-1-4, Entwurf April 1996
- [7] U. Kissling, KISSsoft - eine praxisgerechte Maschinenelemente-Software, Antriebstechnik, 27
(1988), Nr. 12
- [8] U. Kissling, Berechnungsprogramme mit neuem Design, Antriebstechnik 35 (1996), Nr. 3
- [9] G. Niemann, Maschinenelemente, Band I, Springer-Verlag 1981

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABBILDUNG 1: VERNETZUNG DER BERECHNUNGSMODULE IM PROGRAMMSYSTEM KISSSOFT	2
ABBILDUNG 2: SOFTWAREPROGRAMM KISSSOFT ZUR FESTIGKEITSBERECHNUNG VON WELLEN UND ACHSEN	3
ABBILDUNG 3: BERECHNUNG DER DURCHBIEGUNG (DARSTELLUNG DER BIEGELINIE).....	4
ABBILDUNG 4: BERECHNUNG DER BIEGEEIGENFREQUENZEN (DARSTELLUNG DER BIEGEKRITISCHEN DREHZAHL) ...	5
ABBILDUNG 5: MARKIEREN EINES QUERSCHNITTS DER WELLE FÜR DIE FESTIGKEITSBERECHNUNG	6
ABBILDUNG 6: BERECHNUNG MIT LASTKOLLEKTIVEN (WÄLZLAGER)	7