

KISSsoft AG - ☎ +41 55 254 20 50
Uetzikon 4 - ☎ +41 55 254 20 51
8634 Hombrechtikon - ✉ info@KISSsoft.AG
Switzerland - www.KISSsoft.AG

Cálculo del árbol teniendo en cuenta los efectos no lineales de la geometría interna de los rodamientos

Introducción y planteamiento del problema

En el marco de la presión de tiempo y costes, cada vez mayor, tanto los ingenieros como los constructores tienen un gran interés en integrar a corto plazo en el proceso de desarrollo el dimensionado de los diferentes elementos de la máquina y su interacción con el entorno con el fin de garantizar en el futuro procesos empresariales sin obstáculos. En este sentido, las herramientas de cálculo modernas y fiables, además de los conocimientos técnicos, realizan una aportación decisiva.

A primera vista, muchos programas para el cálculo de rodamientos son similares, ya que calculan la duración de vida después de entrar los parámetros geométricos, la carga y la velocidad. Sin embargo, existen niveles de modelado que también arrojan resultados distintos en cuanto a los límites de aplicación como la seguridad de carga estática. El proceso de cálculo prescrito para engranajes de turbina eólica requiere p. ej. la utilización de un ordenador, mientras que para otros métodos es suficiente una calculadora. Pero, ¿en qué circunstancias es preciso un esfuerzo adicional y/o la aplicación de un software de cálculo? A continuación, abordaremos en profundidad la cuestión de cuándo resulta útil tener en cuenta la rigidez del cojinete no lineal en un cálculo del árbol.

Influencia de los cojinetes en el cálculo del árbol

Los árboles son elementos de la máquina giratorios, normalmente cilíndricos, para la transmisión de pares durante cuyo dimensionado la resistencia es un criterio importante. Otros criterios son, por ejemplo, la flexión y las velocidades críticas. La flexión de un árbol se necesita, por ejemplo, para el dimensionado de correcciones de dentados. El cálculo de un árbol también proporciona la carga de los cojinetes correspondientes. Para simplificar las cosas, en la mayoría de los casos los cálculos del árbol se realizan considerando los cojinetes como condiciones secundarias fijas (es decir, con rigidez ilimitada). Y esto suele ser suficiente para calcular la resistencia en caso de apoyo determinado estáticamente. En cambio, en caso de apoyo no determinado estáticamente, se debería tener en cuenta una rigidez del cojinete. Estas rigideces son no lineales tanto en el caso de los cojinetes de deslizamiento como en el de los rodamientos. Normalmente se determinan para un punto de trabajo y después se utilizan para un cálculo lineal. A menudo, no se dispone de información sobre la rigidez, por lo que tienen que utilizarse valores estimados.

Al calcular cojinetes con ángulo de presión grande, el análisis de la flexión, fuerzas del cojinete o frecuencias críticas también requiere cada vez más tener en cuenta las rigideces del cojinete correctas sobre la base de la geometría interna del cojinete y de la carga del cojinete. Desde hace mucho tiempo, los fabricantes de rodamientos disponen de programas de cálculo internos que también tienen en cuenta las rigideces de los rodamientos no lineales. En algunos casos, los fabricantes ponen estos programas a disposición de sus clientes. Las rigideces de los rodamientos también pueden consultarse a los fabricantes, aunque esto provocará un retraso de tiempo en el proceso de dimensionado. Unos pocos programas de cálculo, disponibles a nivel general, tienen la posibilidad de calcular las rigideces de los rodamientos a partir de la geometría interna de los

cojinetes. La empresa KISSsoft AG también ha integrado esta posibilidad en su programa de cálculo para elementos de la máquina. Una de las posibilidades de cálculo para las rigideces de los cojinetes se describe en ISO/TS16281 [1].

Esta norma publicada en 2008 está integrada en el software de cálculo KISSsoft. Además del método clásico, el «método de catálogo» L_{10} que parte de cojinetes con rigidez infinita, de acuerdo con ello se pone en práctica la determinación de la duración de vida de referencia modificada L_{10r} . Este proceso de cálculo numérico prevé la consideración de la rigidez limitada de los cojinetes y de ahí la presión sobre los cuerpos de rodadura individuales, permitiendo así el modelado de un momento flector transferido. Las cargas del cojinete se determinan automáticamente mediante la integración del módulo de rodamiento en el cálculo del árbol, para lo cual se puede seleccionar, respecto a la duración de vida y la seguridad estática, un cojinete en una tabla. A continuación, se presenta en primer lugar el cálculo del rodamiento según ISO/TS16281.

Cálculo del rodamiento según ISO/TS16281

Como se ha mencionado anteriormente, los cojinetes rígidos se consideran en el cálculo del árbol condiciones secundarias y en el marco del cálculo con un modelo de barras la flexión se pone a cero en estos puntos. Contrariamente, en el caso de los cojinetes elásticos linealmente se utiliza para cada cojinete y coordenada una fórmula adicional.

En el caso de los rodamientos, la condición de transición es una función no lineal de todos los componentes de desplazamiento y rotación. Debido a ello, se debe determinar para un punto de trabajo una rigidez que provoque la misma deformación. Sin embargo, para el cálculo de velocidades críticas es importante la tangente en la fuerza/curso del recorrido en el punto de trabajo. Dependiendo del objetivo del cálculo es preciso seleccionar otra rigidez.

El cálculo del rodamiento según ISO/TS16281 mencionado anteriormente describe un método para calcular la duración de vida del rodamiento utilizando la geometría interna del cojinete bajo carga general. Para ello, debe determinarse la distribución de la carga en los cuerpos de rodadura mediante la rigidez no lineal entre los cuerpos de rodadura y las pistas de rodadura. Sobre la base de la teoría de Hertz se calculan las fuerzas normales Q sobre los cuerpos de rodadura a partir de las compresiones δ en la superficies de contacto de los cuerpos de rodadura con las pistas de rodadura:

$$Q = c_p \times \delta^{3/2} \text{ con } c_p = \frac{\pi \times \sqrt{2}}{3} \times \frac{E}{1 + \nu_E^2} \times \left(K(\kappa_i) \times \sqrt[3]{\frac{\sum \rho_i}{\kappa_i^2 \times E(\kappa_i)}} + K(\kappa_e) \times \sqrt[3]{\frac{\sum \rho_e}{\kappa_e^2 \times E(\kappa_e)}} \right)^{-3/2}$$

En este caso, las dimensiones κ y ρ resultan de la geometría interna del cojinete para la que también se necesitan, además del diámetro del cuerpo de rodadura y la cantidad de cuerpos de rodadura, los radios de curvatura de las pistas de rodadura.

En el caso de los cojinetes de rodillo, la fuerza normal Q de un cuerpo de rodadura resulta de la longitud L_{we} de

$$Q = c_L \times \delta^{10/9} \text{ con } c_L = 35948 \times L_{we}^{8/9}$$

Para poder tener en cuenta las inclinaciones en el cojinete y los bombeos de los cuerpos de rodadura, el rodamiento se divide en varios discos (véase la Figura 1: Modelo de un cojinete de bolas y de rodillos según ISO/TS16281 [1]

de la derecha). En ISO/TS16281 no se incluye la influencia de cargas axiales que provocan una distribución de la carga no uniforme en cojinetes de rodillos; encontrará más información al respecto entre otros en Harris [2].

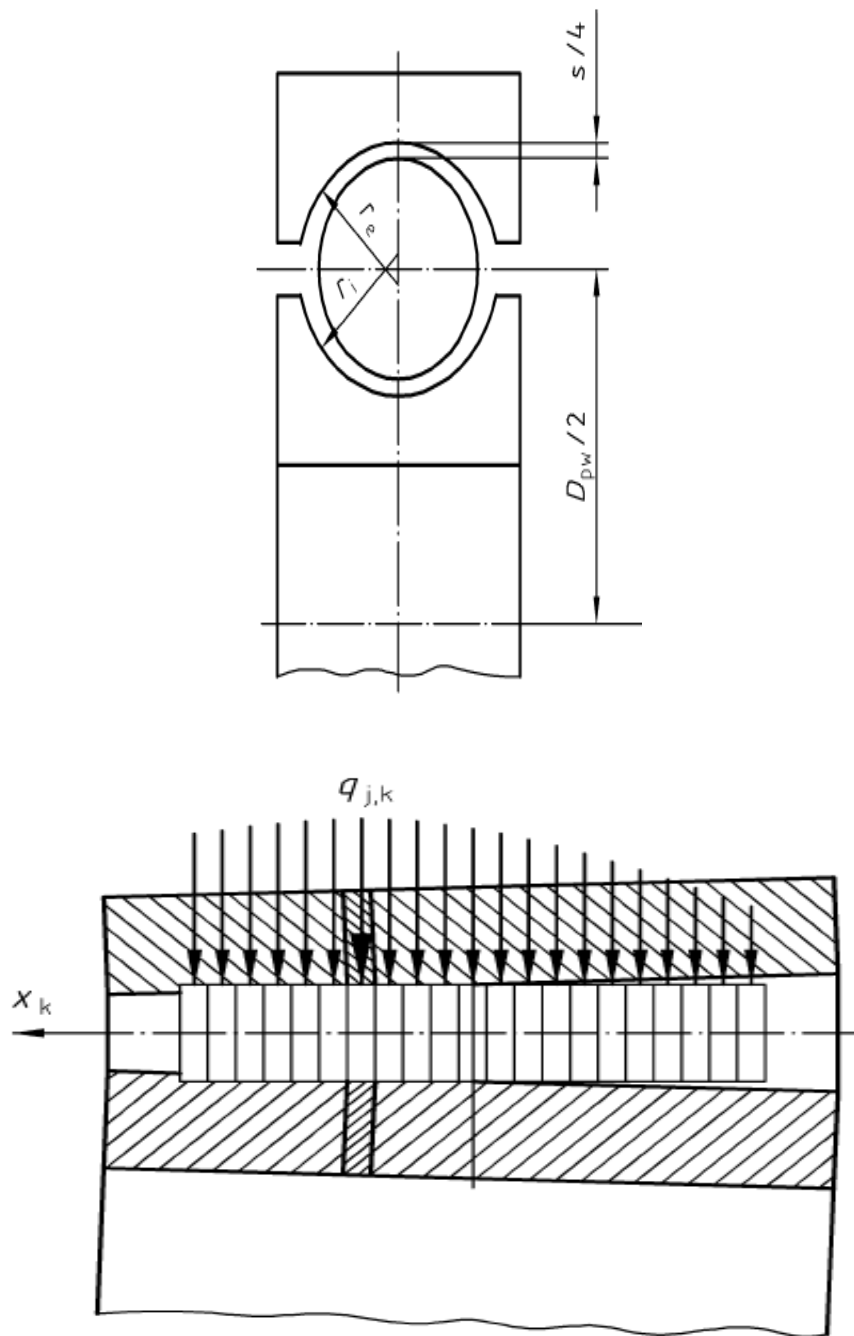


Figura 1: Modelo de un cojinete de bolas y de rodillos según ISO/TS16281 [1]

En desplazamientos y rotaciones concretos es posible determinar las fuerzas de carga y pares resultantes sumando las fuerzas en los diferentes contactos. En caso de que no se conozcan estos desplazamientos y rotaciones pero sí las cargas, deberá determinarse una solución iterativamente.

Al calcular la distribución de la carga, para el cálculo de la presión hertziana también debe tenerse en cuenta, además de los radios, el juego del cojinete. De nuevo, el juego del cojinete está influenciado por el juego del cojinete inicial, los ajustes en los asientos del cojinete del árbol y de la carcasa y las dilataciones térmicas.

Para el sistema de fórmulas del árbol se obtiene una fórmula no lineal para la fuerza del cojinete:

$$\left[F_x, F_y, F_z, M_x, M_z \right] = f(u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_z)$$

Para resolver el sistema de fórmulas p. ej. con un procedimiento de Newton, se determina una matriz de rigidez C para el estado actual.

$$\begin{bmatrix} F_x, F_y, F_z, M_x, M_z \end{bmatrix}^T = f(u_{x0}, u_{y0}, u_{z0}, \varphi_{x0}, \varphi_{z0}) + C \times \begin{bmatrix} \Delta u_x, \Delta u_y, \Delta u_z, \Delta \varphi_x, \Delta \varphi_z \end{bmatrix}^T$$

Normalmente, la matriz de rigidez está completamente llena. En caso de producirse una inversión del cojinete de bolas con carga radial alrededor del punto central, esto provocará por ejemplo una fuerza axial, debido a que el juego axial es más pequeño en el lado de carga que en el lado opuesto a causa del desplazamiento radial. En caso de no calcular con incrementos de desplazamientos sino de realizar sólo un cálculo lineal, podrá modificarse la fórmula de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} F_x, F_y, F_z, M_x, M_z \end{bmatrix}^T = f(u_{x0}, u_{y0}, u_{z0}, \varphi_{x0}, \varphi_{z0}) - C \times \begin{bmatrix} u_{x0}, u_{y0}, u_{z0}, \varphi_{x0}, \varphi_{z0} \end{bmatrix}^T + C \times \begin{bmatrix} u_x, u_y, u_z, \varphi_x, \varphi_z \end{bmatrix}^T$$

De este modo, puede utilizarse cualquier algoritmo para un cálculo del árbol que permita una definición de la rigidez. Además de la rigidez se predefine una carga exterior y el sistema se calcula iterativamente. Al llevar a cabo la solución deberá tenerse en cuenta que la rigidez del cojinete en la configuración inicial sin desplazamientos es cero y que al calcular la rigidez para desplazamientos grandes, que pueden darse durante la solución iterativa, es posible que surjan problemas. Si durante las iteraciones el desplazamiento es más grande que el diámetro del cuerpo de rodadura, las fórmulas darán resultados inesperados. Con el fin de evitar estos dos casos excepcionales, se ha probado que es posible conectar paralelamente una rigidez para la iteración inicial.

¿Y cómo se obtienen los datos del cojinete para el cálculo con la geometría del cojinete interna? Para cojinetes individuales, la información puede consultarse con los fabricantes de los mismos. Puesto que los resultados con datos aproximados todavía son mucho mejores que con cojinetes rígidos, estos datos también pueden calcularse de forma estimada a partir de los datos del catálogo. Según ISO281 [3] e ISO76 [4] se dispone de dos fórmulas para las capacidades de carga C y C₀, a partir de lo cual es posible determinar los dos parámetros número de cuerpos de rodadura Z y diámetro del cuerpo de rodadura D_w si se parte de los valores estándar para las curvaturas de la pista de rodadura según las normas. En el caso de cojinetes de rodillos se añade la longitud del cuerpo de rodadura L_{we}. En este caso, sólo es posible una estimación a partir del ancho del cojinete.

Paquetes de cojinetes de husillo

En las máquinas de herramientas a menudo se colocan varios cojinetes de husillo en línea. Y es que debe tenerse en cuenta que en los cojinetes rígidos ni siquiera es posible calcular las fuerzas del cojinete de una simple disposición en tándem, debido a que la inclinación mínima del árbol provoca elevadas fuerzas de reacción en los cojinetes rígidos. En este caso, se debe tener en cuenta una rigidez para cada cojinete o bien para el cálculo del árbol se utiliza un solo cojinete, y la carga se distribuye más tarde en el cálculo del cojinete a los cojinetes individuales.

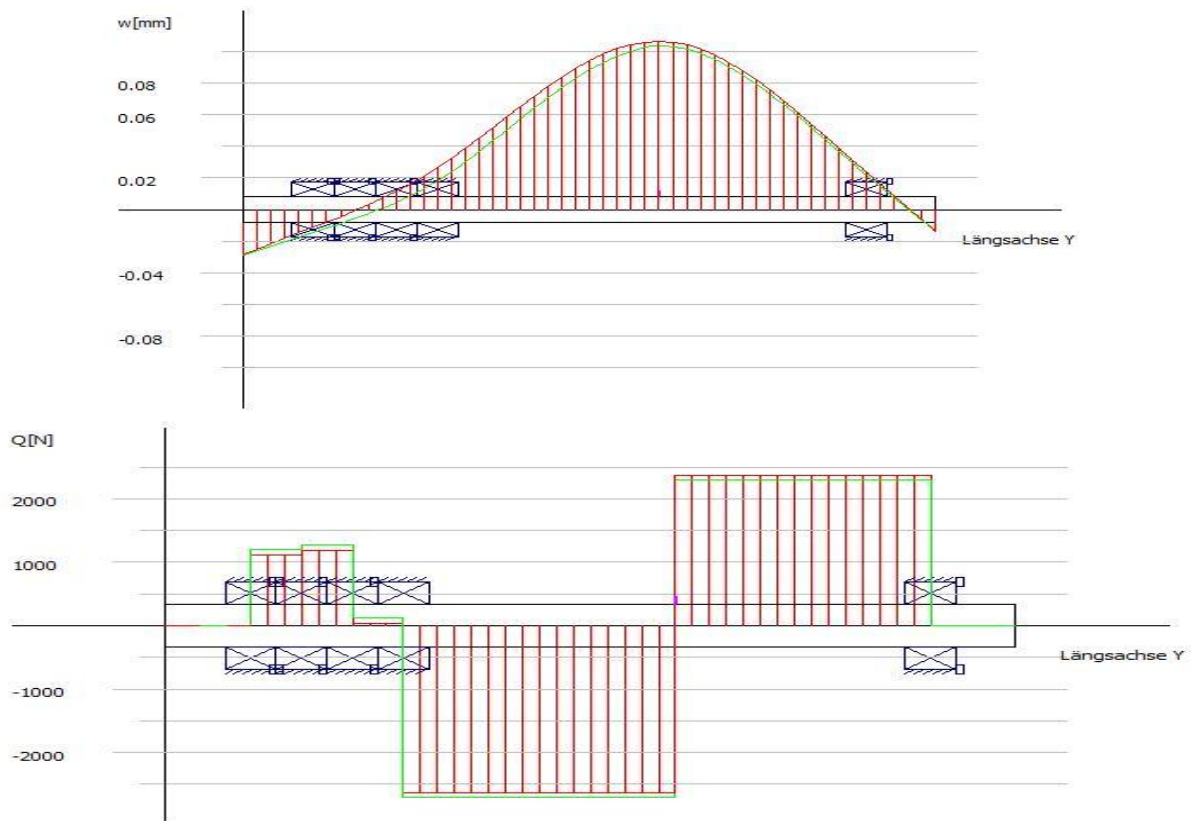


Figura 2: Flexión y trayectoria de la fuerza transversal para un paquete de cojinetes de husillo calculado teniendo en cuenta la geometría interna del cojinete

Sin embargo, con una selección adecuada de las rigideces del cojinete se obtiene incluso con elementos tensores sencillos la misma solución, de la misma forma que al tener en cuenta la geometría interna del cojinete. El trabajo adicional consiste en determinar la rigidez dependiente de la carga.

¿Método de catálogo o cálculo del rodamiento según ISO/TS16281?

Los distintos métodos, que presentan muchas diferencias en cuanto a los costes, sugieren la pregunta de si estos costes adicionales valen la pena. Con el siguiente ejemplo queremos abordar esta cuestión:

El árbol de la figura 3 se calcula primero con el método clásico suponiendo que se trata de cojinetes con rigidez ilimitada.

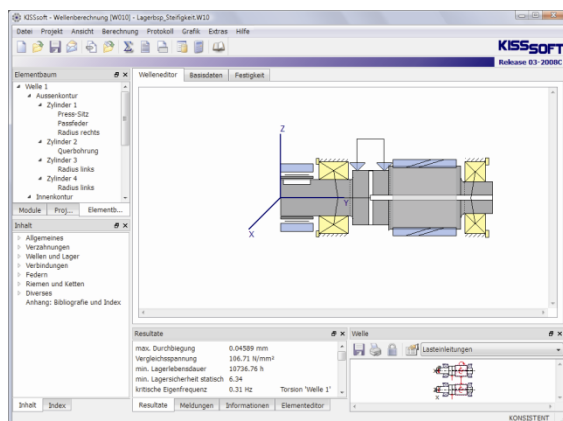


Figura 3: Ejemplo de árbol en el editor de árboles en KISSsoft.

La línea de flexión puede verse en la figura 4 junto con la deformación axial del árbol. En ella se aprecian claramente los dos puntos de cojinete en los que la línea de flexión pasa por el cero.

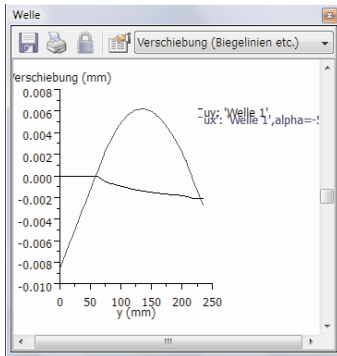


Figura 4: Flexión clásica con rigidez ilimitada.

Como duración de vida se obtienen aproximadamente 9950 horas para el cojinete izquierdo y 10450 para el derecho (véase la tabla 1).

	Cojinete 1 (izquierda)	Cojinete 2 (derecha)
Clásico con cojinetes de rigidez ilimitada	9938 h	10434 h
Clásico con cojinetes de rigidez limitada	11020 h	10737 h
Según ISO/TS16281 (geometría interna)	47475 h	25370 h

Tabla 1: Duración de vida calculada según diferentes métodos.

En un segundo paso se vuelve a calcular con el método clásico, pero en este caso en el cálculo de la línea de flexión y de las fuerzas se tiene en cuenta la rigidez limitada del cojinete.

Primero, otra vez la línea de flexión: En la figura 5 se aprecia la trayectoria cualitativamente muy distinta con un claro desvío incluso en los puntos de cojinete, de forma que el árbol tiende a inclinarse más que curvarse. Pero sobre todo, el componente axial tiene una proporción constante decisiva de casi $-0,06$ mm. Esto significa que el árbol se desplaza por este valor hacia la izquierda. La duración de vida del cojinete también cambia, aunque en este caso no de forma dramática. Salta a la vista que ahora el cojinete izquierdo dura aproximadamente 300 horas más que el derecho – el cojinete que antes era más débil ahora es el más fuerte.

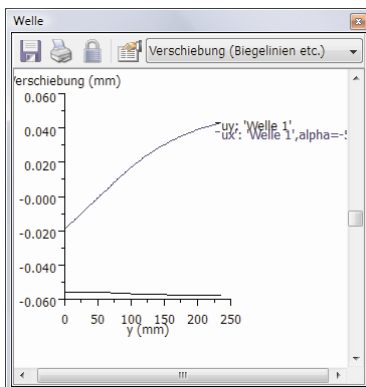
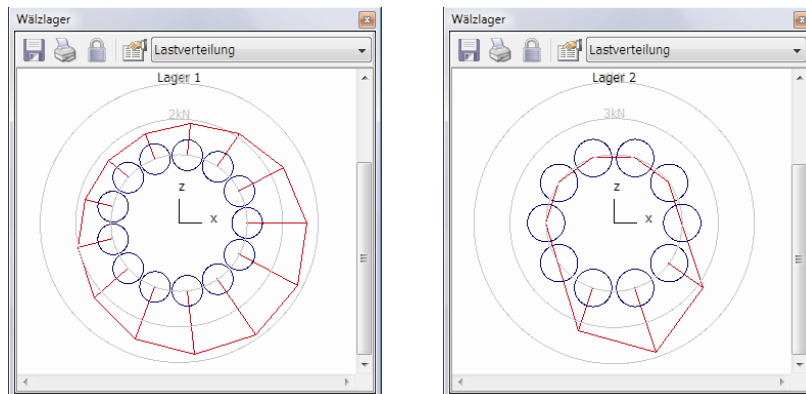


Figura 5: Flexión clásica con rigidez limitada.

Al cambiar al método mucho más caro según ISO/TS16281 los resultados para la duración de vida cambian de forma casi dramática: ¡la duración de vida de referencia calculada aumenta a 25000 horas para el cojinete derecho y 47000 horas para el cojinete izquierdo! Suponiendo que el método más costoso proporciona el resultado más realista (una suposición confirmada por las observaciones en la práctica), en este caso el método clásico subestima la duración de vida del cojinete al menos en un factor de 2,5.

En las figuras del punto 6 puede apreciarse la causa de las diferentes duraciones de vida de referencia de los dos cojinetes: la distribución de la carga se reparte en el caso del cojinete 2 de forma desigual, mientras que en el cojinete 1 es más uniforme. La causa es la falta de tensión previa de los rodamientos de rodillos cónicos que evitaría una separación de los anillos del cojinete en el cojinete 2.



Figuras 6: Distribución de la carga más uniforme (izquierda) y menos uniforme (derecha) en el caso de rodamientos.

El esfuerzo adicional está justificado

Hacer el esfuerzo de tener en cuenta la geometría interna, como en este ejemplo, suele estar justificado en la mayoría de los casos, sobre todo porque al utilizar el software correspondiente no hay una gran diferencia para el ingeniero – el gasto adicional es inherente al programa y no se percibe desde fuera. La consecuencia, ya acarreada en el ámbito de la energía eólica, es la disposición obligatoria del cálculo según ISO/TS16281, que debido a la presión de costes y a la necesidad de reducir peso podemos suponer que también se producirá en el resto de ámbitos.

Resumen y previsión

La consideración de la rigidez del cojinete dependiente de la carga y no lineal para el cálculo del árbol ofrece muchas ventajas, como también ha quedado demostrado mediante el ejemplo: de no ser así, no se podría analizar la influencia de algunos efectos como la fuerza previa, la inclinación del árbol o un juego del cojinete distinto en apoyos múltiples – con lo que la consideración de estas influencias aporta resultados más diferenciados y más realistas. Debido a que el cálculo de la rigidez no lineal es muy costoso, este debe realizarse de forma numérica. Para ello, KISSsoft proporciona una herramienta de alta calidad y adaptada al usuario que optimiza claramente el proceso de cálculo del árbol y del cojinete teniendo en cuenta el aspecto de la duración de vida requerida.

Bibliografía

- [1] ISO/CD TS 16281 (2008): Rolling bearings – Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings.
- [2] T. A. Harris: Rolling Bearing Analysis; John Wiley & Sons Inc., Nueva York; Cuarta Edición 2001
- [3] ISO 281 (2007): Rolling bearings – Dynamic load ratings and rating life.
- [4] ISO 76 (2006): Rolling bearings – Static load ratings.